王国体 著

边坡稳定和滑坡分析应力状态方法

NLIC2970801055

科学出版社

(TU-1013.0101)

www.sciencep.com

ISBN 978-7-03-034048-1

9 787030 340481 >

科学出版社 工程技术分社
电话：(010) 64017506
Email：niuyufeng@mail.sciencep.com

销售分类建议：岩土工程

定 价：48.00 元

边坡稳定和滑坡分析应力状态方法

王国体　著

大连大学园区图书馆
藏书
NLIC
NLIC2970801055

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是土木工程学科岩土力学方面关于岩土边坡稳定和滑坡分析的研究专著。本书系统地介绍了作者建立的边坡稳定分析应力状态新方法的数学力学模型，得到系列解析解的理论体系和应用分析的基础方法。全书共8章，内容包括：岩土边坡稳定和滑坡分析研究的历史与发展，岩土边坡的应力状态及变化，岩土边坡体内一点的应力状态和安全系数，边坡稳定和滑坡分析的数学力学模型与解析解，岩土边坡稳定分析应力状态方法解析解的应用，边坡稳定分析应力状态方法参数敏感性分析，环境条件下边坡稳定安全的影响及应用系列解析解进行应用程序设计的基础算法。

本书可供土木、水利、铁道、交通、环境等专业工程技术人员和研究人员使用，也可作为高等院校相关专业教师、研究生的教学参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

边坡稳定和滑坡分析应力状态方法/王国体著. —北京：科学出版社，2012.5

ISBN 978-7-03-034048-1

Ⅰ.①边… Ⅱ.①王… Ⅲ.①边坡稳定-应力状态-研究②滑坡-应力状态-研究 Ⅳ.①TU4②P642.22

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第070306号

责任编辑：牛宇锋 / 责任校对：刘小梅
责任印制：张 倩 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年4月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2012年4月第一次印刷 印张：7 3/4
字数：140 000

定价：48.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

随着人类活动的需求、工程建设的发展、环境条件的改变，涉及岩土边坡的问题日趋突出，边坡稳定和滑坡的分析研究已显得十分重要。一直以来，人们都认为滑坡产生的灾害与地震、洪水、疾病并列为威胁人类生存的四大灾害，因此，减少滑坡引起的灾害成为世界各国政府、科研机构、相关学者与科研人员所关注的研究热点。虽然工程边坡和天然岩土边坡的安全稳定、滑坡发生发展的过程十分复杂，但从滑坡的发生发展现象到认识滑坡发生的机制、机理、力学分析的角度出发，边坡稳定安全的数学力学分析与模型的建立，是边坡稳定和滑坡分析基础研究的关键课题。

作者在大学学习阶段首先接触到边坡稳定分析问题。随后，在长期的本科、研究生教学及科研活动、工程问题处理中，对岩土边坡从实际问题的感性认知发展到稳定分析的理性悟知。长时间磨炼、身体力行、不断追求、努力探索、积累储备，不断地充实和提高，为完成本书奠定了基础。作者回忆自己的学术历程，深感任何研究成果均来之不易，都要付出很多心血和汗水。首次参加的科研活动是灌区输水干渠的滑坡课题，所发表的第一篇论文就是土坡稳定分析条分方法计算程序设计，分析的第一个实际工程是斜拉码头的施工滑坡问题。数十年不倦努力和思索，对岩土边坡稳定分析有了一些自己的想法，结合实际研究工作进行了一些实践。近十年来，专注于岩土边坡的应力状态研究，针对边坡稳定和非稳定问题的滑坡发生发展，发表了一些论文，得到了一些关键性的初步成果——提出了岩土边坡应力变化的基本概念，得出了不同边坡应力状态的基本描述，建立了以岩土边坡应力状态描述边坡稳定的数学力学模型，并得到了边坡安全稳定和极限状态的系列解析解。现将这些成果汇集成书，与读者一起探讨。

本书包括以下内容：提出岩土边坡应力状态描述方法，建立边坡稳定和滑坡分析的数学力学模型，结合实际边坡进行的模型简化与论证，获得边坡稳定安全系数、极限坡高和极限坡角等系列解析解，应用分析有与现行各类方法的结果检验对比，解析式的参数灵敏度分析和环境条件下边坡分析，应用系列解析解进行的计算程序设计等。

在作者撰写本书的过程中，部分研究生做了一些相关的算例工作与文字工作；与此同时，得到科学出版社编辑的大力支持和帮助。没有他们的支持和帮助，本书是不能及时完成的，在此表示深深的谢意。

鉴于作者水平所限，本书难免有不足之处，恳请读者批评指正。

王国体

2012 年 3 月 16 日

本书主要符号

σ_x	一点沿 x 方向的正应力，以压为正，kPa
σ_y	一点沿 y 方向的正应力，以压为正，kPa
σ_z	一点沿 z 方向的正应力，以压为正，kPa
γ	岩土体的重度，kN/m^3
K_0	岩土体一点的侧应力系数，无量纲
σ_1	一点的第一主应力（大主应力），kPa
σ_2	一点的第二主应力（中主应力），kPa
σ_3	一点的第三主应力（小主应力），kPa
E	材料的弹性模量，kPa/m^2
μ	材料的泊松比，无量纲
H	坡高，m
β	坡角，(°)
σ_R，σ_h	边坡开挖岩土体重力在坡面上引起的卸荷应力，kPa
K	边坡应力状态参数，受岩土土性和边坡性质的影响，无量纲
δ_R	线弹性变形函数，无量纲
K_1	弹性系数，无量纲
K_r，K_p	盈利系数，无量纲
$\boldsymbol{\sigma}$	一点的应力向量
$\boldsymbol{\sigma}'_{ij}$，$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$	应力矩阵，也称一点的应力张量
$\boldsymbol{\lambda}$	转换矩阵，且为实对称矩阵
I	单位矩阵
τ_f	岩土体一点沿 σ 作用方向与其垂直向的抗剪强度，kPa
σ	岩土体一点某方向上作用的正应力（压应力），kPa

c	岩土材料的抗剪强度参数，黏聚力，kPa
φ	岩土材料的抗剪强度参数，内摩擦角，(°)
σ_a，τ_a	分别为一点与主应力 σ_1 方向夹角为 α 的正应力和剪应力，kPa
τ_{fa}	主应力 σ_1 方向夹角为 α 方向上发挥的抗剪强度，kPa
α	一点的方向角，逆时为正
F_d	一点的安全稳定系数，无量纲
$\tau_{\max}$	一点的最大剪应力，kPa
τ_{fm}	对应于 $\tau_{\max}$ 的抗剪强度值，kPa
T_s	剪应力流量，kN
T_f	抗剪强度流量，kN
H_{cr}	极限坡高，m
β_{cr}	极限坡角，(°)
F_s	岩土边坡稳定的安全系数，无量纲
u (z)	孔隙水应力分布曲线
c'，φ'，γ'	岩土边坡材料的有效应力指标
f_0，f_c，χ	分别为初始下渗率、稳定下渗率和消退参数
k_E	地震系数，无量纲

目　　录

前言

本书主要符号

第 1 章　岩土边坡稳定和滑坡分析研究的历史与发展 …… 1

1.1　岩土边坡稳定和滑坡灾害 …… 1

1.2　边坡稳定分析方法的发展历史过程 …… 2

1.3　岩土边坡稳定和滑坡的分水岭界限 …… 5

1.4　岩土边坡整体稳定分析的数学力学模型的建立 …… 5

1.5　岩土边坡稳定分析的应力状态方法 …… 6

1.6　本章结论 …… 7

参考文献 …… 8

第 2 章　岩土边坡的应力状态及变化 …… 9

2.1　弹性半空间土体的应力状态 …… 10

2.2　开挖土体坡面卸荷应力形式 …… 10

2.3　开挖土体卸荷应力公式一般形式的验证 …… 11

2.3.1　卸荷应力公式形式的空间问题检验 …… 12

2.3.2　卸荷应力形式的平面问题检验 …… 15

2.4　岩土边坡应力状态的基本形式 …… 16

2.4.1　卸荷应力的基本形式 …… 16

2.4.2　一般岩土边坡的应力状态 …… 17

2.5　本章结论 …… 18

参考文献 …… 19

第 3 章　岩土边坡体内一点的应力状态和安全系数 …… 20

3.1　任意一点的应力状态描述 …… 21

3.1.1　空间任意点的应力状态描述 …… 21

3.1.2　三维应力状态下的应力转换 …… 22

3.1.3 三向应力状态下的主应力 …… 22
3.1.4 平面任意点的应力状态描述 …… 23
3.1.5 空间一点的剪应力效应 …… 24
3.2 岩土体材料的库仑抗剪强度定律 …… 26
3.3 岩土抗剪材料的抗剪响应 …… 26
3.3.1 岩土体任一点的抗剪响应 …… 26
3.3.2 岩土坡体内一点稳定公式表达 …… 28
3.3.3 岩土平面内一点稳定与非稳定的分水岭界限 …… 30
3.4 岩土内一点安全的新定义——一点稳定的力学模型 …… 30
3.5 本章结论 …… 31
参考文献 …… 31
第 4 章 边坡稳定和滑坡分析的数学力学模型与解析解 …… 33
4.1 基本思想 …… 33
4.2 岩土边坡安全稳定的数学力学模型 …… 34
4.3 边坡安全和滑动的数学力学模型的简化 …… 36
4.4 一般岩土边坡的应力状态描述 …… 38
4.4.1 半空间平面岩土体任意点的应力状态 …… 38
4.4.2 平面边坡的“卸荷应力”状态 …… 38
4.5 岩土边坡安全稳定和极限状态的解析解 …… 39
4.5.1 安全系数公式 …… 39
4.5.2 岩土边坡的极限状态解析解 …… 40
4.5.3 理论公式的检验与讨论 …… 40
4.6 本章结论 …… 42
参考文献 …… 43
第 5 章 岩土边坡稳定分析应力状态方法解析解的应用 …… 44
5.1 二维边坡研究算例 …… 44
5.1.1 分析研究的算例 …… 44
5.1.2 应力状态方法与有限元强度折减法的计算结果比较 …… 45
5.1.3 结果分析 …… 46
5.2 对极限坡高、坡角的计算 …… 47

5.3　极限坡角公式应用分析 …… 48
5.4　典型算例的分析 …… 49
5.4.1　边坡稳定分析考核算例 …… 49
5.4.2　边坡坡面简化分析算例 …… 51
5.4.3　工程算例 …… 52
5.4.4　实际边坡分析集合算例 …… 53
5.5　本章结论 …… 55
参考文献 …… 56
第 6 章　边坡稳定分析应力状态方法参数敏感性分析 …… 57
6.1　岩土体的重度变化对边坡稳定安全系数的敏感性分析 … 58
6.1.1　重度变化的敏感性 …… 58
6.1.2　重度变化的敏感性影响算例 …… 59
6.2　内摩擦角变化对边坡稳定安全系数的敏感性分析 …… 62
6.2.1　内摩擦角变化的敏感性 …… 62
6.2.2　内摩擦角变化的敏感性算例 …… 63
6.3　凝聚力敏感性分析 …… 66
6.3.1　凝聚力的敏感性影响 …… 66
6.3.2　凝聚力变化的敏感性算例 …… 66
6.4　应力状态参数的敏感性分析 …… 69
6.4.1　应力状态参数的敏感性 …… 69
6.4.2　应力状态参数变化的敏感性算例 …… 70
6.5　边坡极限坡高的敏感性分析 …… 73
6.6　极限坡角敏感性分析 …… 75
6.7　本章结论 …… 76
参考文献 …… 76
第 7 章　环境条件下边坡稳定安全的影响 …… 77
7.1　边坡稳定和滑坡分析的理论判断 …… 77
7.1.1　解析解应用形式 …… 77
7.1.2　边坡稳定与极限状态的判定准则 …… 78
7.2　孔隙水应力条件下边坡稳定安全系数的解析公式 …… 79

7.3 降雨对边坡稳定的影响分析 …… 80
7.3.1 岩土体入渗的基本机制 …… 80
7.3.2 天然降雨描述 …… 80
7.3.3 降雨入渗的机制分析 …… 81
7.3.4 自然条件下土体下渗能力与降雨强度的关系 …… 82
7.3.5 降雨对岩土边坡稳定的参数影响 …… 83
7.4 地震作用对岩土边坡的影响 …… 83
7.4.1 地震对结构物体的影响 …… 84
7.4.2 中国地震设防的区域划分和地震系数 …… 84
7.5 环境影响条件下边坡稳定分析算例 …… 85
7.5.1 孔隙水应力分布 …… 85
7.5.2 复杂环境下边坡稳定分析 …… 87
7.6 本章结论 …… 87
参考文献 …… 88
第 8 章 边坡稳定应力状态方法的分析程序 …… 89
8.1 概述 …… 89
8.2 边坡的破坏曲线及其绘图程序 …… 89
8.3 利用 GUI 用户图形界面进行系数响应分析 …… 91
8.3.1 “STRESS-SLOPE”程序功能介绍 …… 93
8.3.2 “STRESS-SLOPE”程序的使用 …… 94
8.4 “应力-边坡”源程序 …… 97
8.4.1 程序界面的初始化 …… 98
8.4.2 安全系数的求解 …… 99
8.4.3 破坏曲线的绘制 …… 100
8.4.4 安全系数的响应分析 …… 102
8.5 本章结论 …… 110
参考文献 …… 111

第 1 章　岩土边坡稳定和滑坡分析研究的历史与发展

1.1　岩土边坡稳定和滑坡灾害

岩土边坡总体上可分为天然边坡和人工边坡。天然边坡是指在地球形成的漫长历史长河中，地壳岩层在内力和外力地质作用下经历长期的、系列的、复杂的运动演变过程而形成的各种类型的地质构造和地形地貌的现状，并以复杂多样的各类岩土构成其不同的天然形式坡体。人工边坡是由于人类建设、生产生活、社会活动、物质交流等所构建的不同形式的边坡，如各类路基边坡，各种水库的土坝、石坝、混合坝，大小江河水道的堤防，各个单体工程建设基坑与支护形式等。这些天然边坡和人工边坡，作为结构体具有构成的历史烙印，形式多样、功能各异，是典型而特殊的构成、构筑的结构形体。

岩土作为构成边坡主要的材料，其组成成分复杂、性质易变、区域性强。岩土材料作为地球表面普遍分布的材料形式，与地球形成一样有着复杂、深刻的内涵和历史。我们发现的所有的物质元素和矿物成分，都可以在岩土材料中找到。此外，在自然环境和人为环境条件下，岩土边坡从稳定到失稳再到出现滑坡的发展过程十分复杂，既有边坡组构的具体形态多样性，又有岩土材料组成性质复杂性，更有环境条件影响的可变性，因此，岩土边坡的稳定分析和滑坡判定是一个世界性的研究难题。

岩土作为构成边坡材料的集合体，其稳定的过程具有动态特征。从人类生存、生活、发展的条件出发，我们希望各类岩土边坡在一定的时域内保持稳定，不会给人类生产、生活、社会的稳定和可持续发展带来影响。然而，各类岩土边坡的失稳和产生滑坡的问题依然不断

涌现。滑坡灾害和地震、疾病、洪水灾害一起，被认为是威胁人类生存的四大灾害[1~3]。任一重大滑坡的发生，都会造成人员的重大伤亡、财产的重大损失，并对当地经济发展产生深远的负面影响。当前，各类滑坡的灾害在政府文件、新闻报道、书籍期刊、研究论文中频频出现，其已成为网络搜索具有较高词频的热点词汇之一，社会对其关注、重视、研究的程度由此可见一斑。

1.2 边坡稳定分析方法的发展历史过程

研究岩土边坡的稳定问题可以追溯到 19 世纪 20 年代，建立在极限平衡理论基础上的假定圆弧分析方法是边坡稳定分析定性定量研究、应用、发展的基线[1~5]。以下不妨简要回顾边坡稳定分析计算的假定圆弧法及其演变和发展过程，可见该研究的历史演变和局限性。

1916 年，瑞典本·彼德森（Ben Bidson）首先提出假定任意空间一点为滑动中心，假定边坡出现圆弧整体滑动，应用库仑（Coulomb）抗剪强度定律，计算在滑动面上的滑动力矩和抗滑力矩，定义边坡稳定安全系数，为岩土边坡稳定分析奠定了圆弧法的基础。由于假定任意圆弧为可能滑动面，涉及滑动中心和滑动面的位置，带来的是繁杂的计算工作量；整体圆弧滑动分析难以符合实际边坡，随后出现对整体滑动进行分条计算，是先期研究的重点。

1927 年，费伦纽斯（Fellenius）经过十分繁杂的计算，给出了滑动中心的范围，大大减少了假定圆弧滑动中心所带来的计算量。

1947 年，太沙基（Terzaghi）提出分条计算，形成条分法。

1950～1955 年，毕肖普（Bishop）提出对分条考虑条间力的形式，包括孔隙水应力，定义分条不同的安全系数，并给出考虑条间力简化的公式和计算边坡稳定安全系数计算的迭代算法。

随后，研究最危险的滑动面成为条分法的标志性象征，对分条的条间力的各种假设成为条分方法的研究动力。同时，计算机技术的发展与程序设计、应用软件的开发，也为条分方法的实现、应用与发展

奠定了分析计算的基础。

1954～1973 年，研究条间力的典型代表简布（Janbu）认为，条间力的水平方向的作用力，对边坡稳定影响较大。在以已知滑动面为基础，假定条间力为水平方向的作用力，分条的各个土条满足受力的竖向和水平向平衡、力矩平衡，建立条分方程组的“普遍条分法”，也称传递系数法或水平推力法。

1965～1980 年，从细分土条到微分土条，斯宾塞（Spencer）、摩根斯坦（Morgenstern）与普赖斯（Price）、沙尔玛（Sarma）等对分条的条间力进行了不同假设，建立了条间力平衡方程组和数值求解的各种条分方法。

1983 年，陈祖煜以微分土条为基础，建立了一套普遍条分的数值求解方法和应用程序的设计软件。

这样，岩土边坡稳定分析的分析方法——基于假定滑动面的条分法、进行分析程序设计、应用软件的开发代表着发展方向和应用水平。

近年来，模糊数学、遗传算法、可靠度分析、信息熵等新方法应用于边坡稳定分析的研究也逐渐成为探讨研究的热点。

总之，岩土边坡稳定分析的确定性计算方法主要是假定圆弧或滑面、细分土条，已有近百年的历史。一代代学者在以探讨假定滑动面为基础的前提下，通过细分土条、条间力假定做了很多工作，但由于细分土条和条间力的考虑，使得所建立的各分条平衡方程组出现的大量多赘未知力难以解决，不得不对条间力的大小、分布、作用位置进行种种假设，才能进行边坡稳定安全系数的数值求解。这样，岩土边坡稳定分析的安全系数是在假定滑动面、假定条间力分布形式基础上的计算结果，才使得在实际工程应用中出现许多不符合实际的状况。

岩土实际边坡稳定分析结果与实际相比的不符合，除了众多可列出的原因之外，在理论上，主要归因于条分法所表现出的一些不足或缺陷，具体体现在以下三个方面：

（1）条分法应用极限平衡理论是建立在假定圆弧、滑动面或其他

形式的滑动面基础上的，这也是条分法发展重要依据的出发点和结果的显示点，其试图通过不同滑动中心的位置假定、不同滑动半径的假定得到的滑弧或滑动面，将边坡坡体实际可能出现的滑动形式包含其中，通过有不同滑动面形式的假定在计算方法上全部实现，找到所对应的最不安全的滑动面作为岩土边坡稳定的界定形式，成为边坡稳定的判定标准。基于岩土边坡的不同特征和岩土组成材料的复杂性，将岩土边坡稳定和滑动用圆弧滑动面处理表述，难以符合岩土边坡的实际工作状态。

（2）条分方法初始是由整体圆弧滑动引入刚体假说，将土体重力集中延伸到假定滑弧的点上，然后发展到对分条应用平行力系的平衡方程来研究条间力，进而对土条按极限平衡方法建立平衡方程组，为了解决多余未知力，又进一步假定条间力的各种形式，最后提出、应用各种算法求解。这是将重力建立在刚体力学的基础上，即重力集中在质心处去研究刚体分条的内力（分条的条间力）分布。换句话说，研究刚体的内力及其分布假定形式，依据刚体力学平衡原理，是没有意义的。

（3）岩土材料抗剪强度应用的库仑抗剪定律，是边坡稳定对岩土材料强度分析应用的主线。条分法的分条、微分到各点处发挥作为对剪应力作用的响应，只是考虑在滑弧上该点的切线方向上的抗剪强度。按照莫尔-库仑（Mohr-Coulomb）准则，确定一点应力状态在沿该点各个方向上由于应力大小不同、各个方向上的抗剪强度的响应也不同，其在滑弧点的切线方向的抗剪强度仅仅是该点抗剪响应数值形式的一种，条分法对抗剪强度莫尔-库仑准则的处理应用，这本身与莫尔-库仑准则是相悖论的。

依据以上三点，即条分方法由于其假定滑动面形式难以符合实际、条间力的各种假定内力刚体平衡的形式、材料抗剪强度发挥值限定在滑弧点的切线方向上的缺陷，使得计算岩土边坡稳定分析所得到的安全系数，由于在理论依据上的不足，造成与实际边坡稳定性的不符[6,7]。

1.3　岩土边坡稳定和滑坡的分水岭界限

虽然岩土边坡的构成形式、组成材料和受外部环境影响的因素众多，准确分析岩土边坡稳定性及滑坡分析均十分困难，但是，任何滑坡现象的发生都是具有深刻的背景条件和一定的时间响应的，出现滑坡的现象是有一个从稳定到非稳定的发展过程。滑坡实质现象过程可基本描述为：从岩土边坡内任意一点出现非稳定发展到破坏→由点逐步扩展、扩大→形成部分区域非稳定→发展到局部、整体破坏→出现滑动的全过程。从理论分析方法的研究角度出发，边坡稳定在出现任意一点的非稳定之前，即岩土边坡整体稳定到出现内部任意一点的破坏是边坡整体稳定到滑坡出现的分水岭界限。这一分水岭界限表明，在理论上如果能够建立一个反映岩土边坡整体稳定性完美的、合适的理论分析模型，不仅对边坡稳定有着极其重要的意义，对滑坡的发展、发生也具有重要的指导意义，这是因为滑坡的产生过程虽然复杂，但却需要一定的发展时间历程，这就为减少滑坡灾害留下了应急响应的时间和空间。

1.4　岩土边坡整体稳定分析的数学力学模型的建立

如前所述，虽然岩土边坡稳定分析具有复杂性，但是从力学分析的角度出发，边坡稳定是对边坡结构的力学效应和坡体岩土材料的强度响应的研究，是边坡处于稳定状态和出现滑坡的力学、材料本质问题。据此，研究边坡稳定和滑坡发生，建立岩土边坡稳定分析的数学力学模型应注意到以下根本点[8,9]：

（1）边坡稳定到滑坡发展主要是剪应力效应行为。

（2）岩土材料是剪切响应材料。

（3）边坡结构具有其特殊形式，对重力响应的边坡应力状态具有特殊性。

（4）岩土土体具有其特殊的土性，如历史性、记忆性和信息性。

（5）边坡稳定属于边坡的小变形问题，滑坡的发展到发生属于大变形问题。

（6）以边坡应力状态、岩土材料的强度为特征研究边坡稳定问题，以变形特征研究边坡非稳定过程的发展。

以上岩土边坡稳定和滑坡研究的根本特点，以及基于假定滑动面的边坡稳定分析条分方法近百年来边坡稳定研究的历史表明：一方面，建立一个科学的、完美的、实用的岩土边坡稳定分析的数学力学模型还是十分困难的，另一方面，科学崇尚简洁，由边坡稳定、滑坡发生的物理现象抽象出本质问题并非越复杂越好，而是力求简单明了；模型要完美体现真实本质，建立的边坡稳定的数学力学模型求解要能够实用方便，建立的边坡稳定数学力学模型的求解过程不是越难越好，而是力求具有解析的具体形式，这是因为解析解是解决实际问题最为方便的形式之一。

对于岩土边坡稳定分析、非稳定发展到滑坡的问题研究，首先必须解决边坡稳定分析的数学力学模型的建立问题。

1.5 岩土边坡稳定分析的应力状态方法

作者经过长期的努力，依据岩土边坡稳定分析的根本点，建立了岩土边坡稳定和滑坡分析的剪力流量、抗剪流量表述——简洁、完美、实用的数学力学模型[8,9]。同时结合边坡实际的特征，简化、证明了该数学力学模型与积分路径无关，将剪力流量、抗剪流量的有旋场化为无旋场，进而得到了均质岩土边坡稳定分析的安全系数、极限坡高坡角和孔隙水应力影响的安全系数等系列解析解，该体系称为岩土边坡稳定分析的应力状态方法。

所建立的边坡稳定分析的应力状态方法，其基本理论体系如下：

（1）基于岩土体内任意一点的力学效应和剪切材料的力学响应，提出了任意一点稳定到非稳定及岩土边坡整体稳定到非稳定发展的分

水岭界限及其力学与行为描述，把任意一点的安全稳定与非稳定发展、滑动破坏准则条件进行分离式研究。

（2）提出岩土边坡的整体稳定取决于由任意封闭曲面上的坡体应力状态产生的剪力流量和岩土材料的相应抗剪强度流量的表述方程，建立了边坡稳定分析安全系数的数学力学模型。

（3）提出岩土边坡稳定分析的力学效应——边坡应力状态及其表述形式，适应弹性力学理论，岩土材料的抗剪性能适合库仑强度定律；采用弹性半空间岩土体应力与边坡卸荷应力进行叠加来描述一般边坡的应力状态。

（4）依据岩土体土性的历史性、记忆性、信息性特点和边坡特征，提出岩土边坡的应力状态参数，完整地描述了一般岩土边坡的应力状态变化过程。

（5）基于均质岩土边坡应力状态表述和简化边坡稳定分析的数学力学模型及论证，给出了用于岩土边坡稳定分析的系列解析解。

（6）所建立的数学力学模型得到了系列解析公式，包括 6 参数的安全系数公式、7 参数的孔隙水应力的安全系数公式、5 参数的极限坡高与极限坡角的安全系数公式，该系列公式充分反映出岩土边坡稳定的安全系数的动态过程。

（7）边坡稳定分析的数学力学模型和系列解析解，不仅实际应用简便，不依赖计算程序设计，而且为岩土边坡的非稳定发展到滑坡出现的研究奠定了理论基础，并为数值分析提供了基础方法。

1.6　本章结论

本章对岩土边坡稳定和滑坡分析的研究及发展作了基本的回顾，对边坡稳定分析的条分方法的基础内容进行了基本分析，并指出了该类方法的不足之处及缺陷所在。

本章介绍了作者所建立的岩土边坡稳定分析数学力学模型的根本出发点以及建立模型的实用要求，为以下各章对建立的岩土边坡稳定

分析的数学力学模型、所得到系列解析解——边坡稳定分析的应力状态方法的基本理论体系作基础铺垫。

参 考 文 献

[1] Schulz W H, Kean J W, Wang G H. Landslide movement in southwest Colorado triggered by atmospheric tides. Nature Geoscience, 2009, 2: 863—866.

[2] Keefer D K, Larsen M C. Assessing landslide hazards. Science, 316 (5828): 1136—1138.

[3] Iverson R M, Reid M E, Iverson N R, et al. Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity. Science, 2000, 290 (5491): 513—516.

[4] 卢廷浩，刘祖德，等. 高等土力学. 北京：机械工业出版社，2006.

[5] 钱家欢. 土力学. 第2版. 南京：河海大学出版社，1995：176—199.

[6] 钱家欢，殷宗泽. 土工原理与计算. 第2版. 北京：中国水利水电出版社，1996：302—338.

[7] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序. 北京：中国水利水电出版社，2003.

[8] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8 (12)：84—88.

[9] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12 (1):52—60.

第 2 章　岩土边坡的应力状态及变化

在土木、水利、交通、矿山等工程建设中，常用于工程的边坡可分为开挖边坡和填筑边坡两类。开挖边坡的工程过程是将原地面开挖形成实际使用形式的坡体，其边坡的应力状态是在原地表面土体应力状态下，经过工程活动挖去部分的土体，其力学过程表述为开挖卸荷，从而形成坡面体系新的应力状态；填筑边坡是对填筑土体，经过碾压荷载作用后成型的边坡，其受碾压荷载作用具有相应的边坡体系的应力状态。显然，岩土体边坡的应力状态，不仅仅有自重来表述，也应考虑不同施工方式的历史过程的荷载作用对土体边坡体系自重应力的影响而得到边坡应有的应力状态[1~3]。

边坡应力状态描述和度量是研究边坡稳定和滑坡发生发展过程的基础环节，如果坡体的应力状态不明确，难以对其稳定过程和滑动分析作根本的判定。坡体的应力状态度量，不仅仅是岩土体重力的问题，而且超固结土体和正常固结乃至欠固结土体的对边坡体系的应力状态具有重要影响的问题；另外，如人类的工程活动、环境条件的改变（如降水、渗流作用等）也改变了坡体的应力状态。因此，研究岩土坡体的应力状态，对边坡稳定和滑坡防治有着重大的意义。

如何描述岩土边坡体系的应力状态，一直是研究边坡稳定和滑坡发生要解决的难题。本章以具有地表平面的岩土体抽象为一般特征，按弹性半空间理论进行岩土体所具有的应力状态描述，研究其开挖卸荷所形成一般边坡的特点来确定其边坡的应力状态，并将其所处的应力状态基本形式，推广到一般边坡体系，进行其应力状态的描述。

本章从力系平衡得到开挖边坡卸荷应力的基本形式。基于弹性半空间理论的外荷载引起的附加应力计算原理，应用其基本形式，可以

分别导出空间、平面问题的土体在集中力作用下内部附加应力的布辛内斯克（Boussinesq）解和弗拉蒙（Flamant）解，以期说明边坡卸荷应力形式的正确性。同时结合岩土体的特殊性，应用坡面卸荷应力的基本形式，提出将半空间平面土体的应力状态与边坡卸荷应力进行叠加，得到描述一般边坡的应力状态表述的具体公式形式，并针对岩土体边坡的特征，得出一般岩土边坡坡体系的应力状态表达参数及其变化的数值范围。

2.1 弹性半空间土体的应力状态

设弹性半空间弹性土体，具有力学参数重度、弹性模量、泊松比等描述的参数，坐标系如图 2-1 所示，经过开挖形成坡体，坡高为 H，坡角为 β。

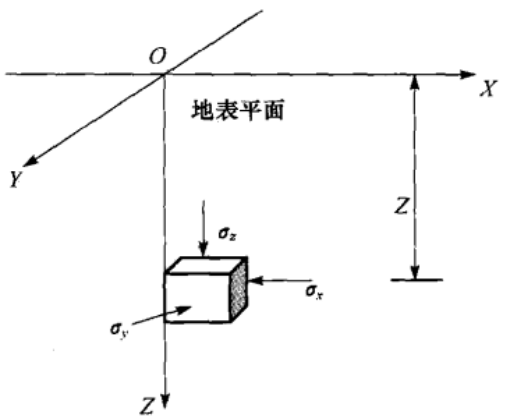


图 2-1 半空间平面土体的应力状态示意图

依据半空间、均质、弹性土体的假设，必具有对任一深度 z 处，点的应力状态的描述

$$\begin{cases}\sigma_z = \gamma z = \sigma_1 \\ \sigma_x = \sigma_y = K_0 \gamma z = \sigma_2 = \sigma_3\end{cases} \tag{2-1}$$

式中，σ_x、σ_y、σ_z 依次为 x、y、z 方向的正应力，以压为正，kPa；γ 为土体的重度，kN/m^3；K_0 为侧应力系数，无量纲；z 为距地表的深度，m；σ_1、σ_2、σ_3 依次为一点的大、中、小主应力，kPa。

公式（2-1）也是地基内部自重应力的一般表达式。

2.2 开挖土体坡面卸荷应力形式

在一般岩土工程的数值计算分析中，对开挖边坡土体的应力分析，常常将土体的重力取反方向，或单元杀死或单元重力取零然后进行数

值模拟分析[3~6,8]。土体的自重卸荷必将引起坡面应力状态的改变，如图 2-2 所示，导致由原半空间平面土体的稳定引力状态改变到不同角度下的边坡体系应力状态的变化，该边坡体系所处的应力状态和坡体岩土材料的抗剪能力决定着边坡的稳定性。

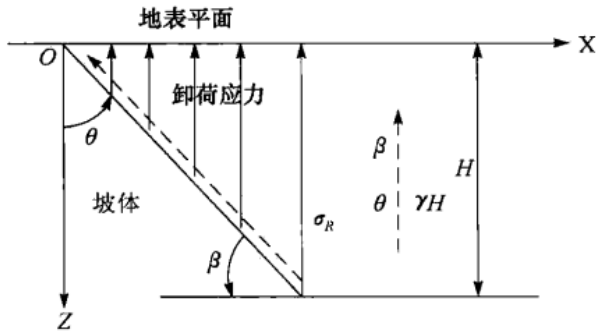


图 2-2　开挖边坡卸荷应力示意图

设图 2-2 所示的土坡为在弹性均质半空间的坡体，是具有 XOY 平面、经深度为 H 开挖后形成坡角为 β 的简单土坡。土体的重度为 γ，开挖卸荷的土体重力应为沿坡面线分布有三角形分布卸荷荷载，荷载强度为 γz，最大为 γH；不同边坡岩土体的沿边坡的卸荷应力 σ_R，按重力平衡分解有三角形卸荷荷载在沿坡面方向上的坡面分布应力为

$$\sigma_R = K\gamma z\sin\beta = K\gamma z\cos\theta \tag{2-2}$$

式中，σ_R 为边坡开挖岩土体重力在坡面上引起的卸荷应力，kPa；K 为设定系数，受岩土土性和边坡性质的影响，其值待定。

开挖土体的卸荷重力 γz 的应力影响，表现在坡面点的应力状态相应变化，也就是在坡面线上的应力分布为 σ_R，它代表了开挖土体卸荷后在坡面点引起的应力状态变化。开挖岩土体的形状不同，所形成边坡的坡角不同，σ_R 的大小和方向也不同。

2.3　开挖土体卸荷应力公式一般形式的验证

为了验证开挖边坡卸荷重力分解为边坡卸荷应力形式的正确性，

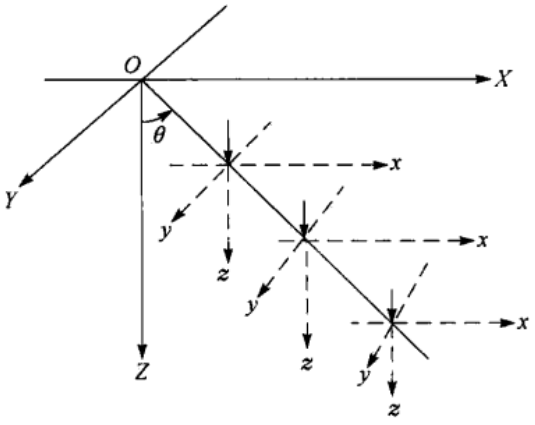


图 2-3 变动坐标系模拟卸荷重力示意图

先将由平面岩土体开挖卸荷重力表述为沿坡面取变动坐标系的单位集中力，如图 2-3 所示。将卸荷重力视为作用于变动坐标系的单位荷载取反向，模拟分析沿坡面分布的重力应力响应。不同变动坐标系可以进行坐标变换处理为图 2-3 所示坐标系进行受力分析。

2.3.1 卸荷应力公式形式的空间问题检验

为了证明公式（2-2）的形式正确性，通过引用其基本形式。依据图 2-3 变动坐标系模拟重力卸荷作用，采用图 2-4 坐标系分析半空间土体受集中力作用求得土体内部附加应力，得到集中力作用下的布辛奈斯克解的过程，得以证明其准确性。其具体推导过程见以下说明。

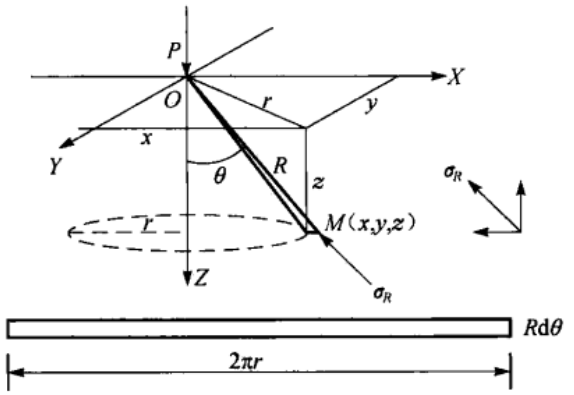


图 2-4 集中力作用下弹性半空间内部一点的应力状态

依据土体坐标系，在平面 XOY 的原点处受集中外荷 P 作用，土体内部任一点 M（x，y，z），在 MO 连线方向上 R 向（类同开挖边坡的坡线）产生应力 σ_R，它是土体在外荷作用下该点的总应力，如图 2-4 坐标系所示。

对于半空间弹性体，在 OM 方向线上令线弹性系数为 α；由于应

力与应变成正比，一点应力和变形为线弹性关系，则得到 M 点的应力函数 σ_R。

依据边坡形式采用式（2-2），得到

$$\sigma_R = K\gamma z\sin\beta = K\gamma z\cos\theta \tag{2-3}$$

（1）由线弹性可得变形函数 $\delta_R = K_1/R$，式（2-3）为

$$\sigma_R = \alpha\varepsilon_R = \alpha\frac{\mathrm{d}\delta_R}{\mathrm{d}R} = \frac{K_p}{R^2}\cos\theta \tag{2-4}$$

式中，$K_p = K_1 \times \alpha$，K_1 为弹性系数，与弹性体的模量 E 在各向同性时是一致的。

（2）取 $\mathrm{d}\theta$ 微分体，见图 2-4，考虑土体内部应力与外部受力的平衡

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^r \frac{K_p}{R^2}\cos^2\theta \cdot 2\pi r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta = P \tag{2-5}$$

可得

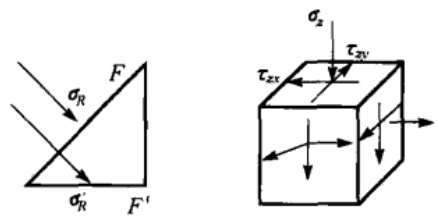
$$\sigma_R = K_p P\cos\theta \tag{2-6}$$

即

$$K_p = \frac{3P}{2\pi R^2} \tag{2-7}$$

（3）沿 σ_R 作用的方向 Δ 单元，作单元分析，如图 2-5（a）所示，σ_R 作用面积为 F，水平面积为 F'，$\cos\theta = F'/F$，在水平面上该方向的应力为 σ'_R。

$$\sigma'_R = \sigma_R\cos\theta = \frac{3P}{2\pi}\cdot\frac{\cos^2\theta}{R^2} = \frac{3P}{2\pi}\cdot\frac{z^2}{R^4} \tag{2-8}$$



（a）三角形单元　　（b）正方体单元

图 2-5　单元体的应力状态

则 σ'_R 分解为

$$\begin{cases}\sigma_z = \sigma'_R\cos(\sigma'_R\hat{}z) = \dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{z^3}{R^5} \\ \tau_{zx} = \sigma'_R\cos(\sigma'_R\hat{}x) = \dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{z^2x}{R^5} \\ \tau_{zy} = \sigma'_R\cos(\sigma'_R\hat{}y) = \dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{z^2y}{R^5}\end{cases} \tag{2-9}$$

（4）应用广义胡克定律［见式（2-10）］和对称性 $\sigma_x=\sigma_y$，即可得到集中力作用下的附加应力的布辛奈斯克解答完整公式［见式（2-11）］。一点的应力示意图如图 2-5（b）所示。

$$\begin{cases}\sigma_x=\dfrac{1}{K_1}[\varepsilon_x-\mu(\sigma_y+\sigma_z)]\\ \sigma_y=\dfrac{1}{K_1}[\varepsilon_y-\mu(\sigma_z+\sigma_x)]\\ \sigma_z=\dfrac{1}{K_1}[\varepsilon_z-\mu(\sigma_x+\sigma_y)]\end{cases}\tag{2-10}$$

式中，$K_1=E$，见式（2-4）所述。

$$\begin{cases}\sigma_z=\dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{z^3}{R^5}\\ \sigma_x=\dfrac{3P}{2\pi}\left\{\dfrac{x^2z}{R^5}+\dfrac{1-2\mu}{3}\left[\dfrac{1}{R(R+z)}-\dfrac{(2R+z)x^2}{(R+z)^2R^3}-\dfrac{z}{R^3}\right]\right\}\\ \sigma_y=\dfrac{3P}{2\pi}\left\{\dfrac{y^2z}{R^5}+\dfrac{1-2\mu}{3}\left[\dfrac{1}{R(R+z)}-\dfrac{(2R+z)y^2}{(R+z)^2R^3}-\dfrac{z}{R^3}\right]\right\}\\ \tau_{xy}=\tau_{yx}=\dfrac{3P}{2\pi}\left[\dfrac{xyz}{R^5}-\dfrac{1-2\mu}{3}\cdot\dfrac{(2R+z)xy}{(R+z)^2R^3}\right]\\ \tau_{xz}=\tau_{zx}=\dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{xz^2}{R^5}\\ \tau_{yz}=\tau_{zy}=\dfrac{3P}{2\pi}\cdot\dfrac{yz^2}{R^5}\end{cases}\tag{2-11}$$

上述的推证过程说明，由 σ_R 的假定形式［见式（2-3）］可以得到集中力作用下弹性半空间体系内部附加应力的布辛奈斯克解。由此可知，在 MO 方向上 M 点的 σ_R 假定是正确的，即

$$\sigma_R=K_pP\cos\theta\tag{2-12}$$

其中

$$K_p=\frac{3}{2\pi R^2}\tag{2-13}$$

2.3.2　卸荷应力形式的平面问题检验

对于土体的平面问题，在原点受 1m 单位分布 P_1 荷载作用，如图 2-6 所示，在土体内任一点 M（x，y），沿 r 方向上的应力为 σ_r，类同 2.1 节的方法，可以得到附加应力的弗拉蒙解。过程简述如下：

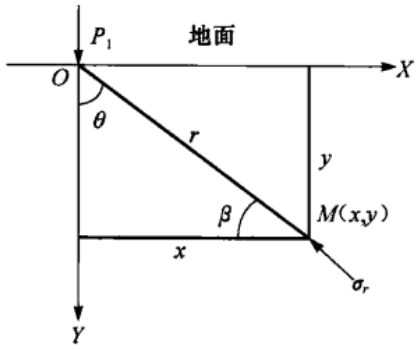


图 2-6　平面土体任一点的应力状态

类同 2.1 节，由弹性假设得到

$$\sigma_r = \frac{K}{r^2}\cos\theta \qquad (2\text{-}14)$$

依据平衡得到

$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_r \cos\theta \cdot r\mathrm{d}\theta = P_1 \qquad (2\text{-}15)$$

所以得

$$K = \frac{2rP_1}{\pi} \qquad (2\text{-}16)$$

则有

$$\sigma_r = K_r P_1 \cos\theta \qquad (2\text{-}17)$$

其中

$$K_r = \frac{2}{\pi r} \qquad (2\text{-}18)$$

参照图 2-5，可以得到平面问题完整的附加应力弗拉蒙解为

$$\begin{cases} \sigma_z = \dfrac{2P_1}{\pi} \cdot \dfrac{z^3}{(x^2+z^2)^2} \\ \sigma_x = \dfrac{2P_1}{\pi} \cdot \dfrac{x^2 z}{(x^2+z^2)} \\ \tau_{xz} = \dfrac{2P_1}{\pi} \cdot \dfrac{xz^2}{(x^2+z^2)} \end{cases} \qquad (2\text{-}19)$$

基于 2.1 节、2.2 节所述的推导过程，卸荷应力式（2-2）和式（2-12）、式（2-17）的形式完全一致。式（2-12）、式（2-17）是导出空间问题集中力作用下的附加应力布辛奈斯克解和平面问题单位力作用下的附加应力弗拉蒙解的根本形式，这一过程说明了坡面卸荷应力的形式是外荷引起的附加应力的基本形式，卸荷应力的分布形式也就是开挖岩土体的卸荷重力荷载在坡面上引起的附加应力。基于式（2-12）与式（2-17）的基本形式，而由式（2-3）的分布力可以看成具有相同的沿坡线的集中形式的变化，它们的基本形式是一致的，只是对外荷载的表示不同而已。因此，开挖边坡所得到卸荷分布应力式（2-3），其基本形式在弹性体假设的条件下是正确的、理论上是严密的。

2.4 岩土边坡应力状态的基本形式

2.4.1 卸荷应力的基本形式[8]

岩土体性质特殊性的重要表现之一就是记忆性特征，如岩体的初始应力和土层的先期固结应力[6]。而求取土层的先期固结应力的卡萨格兰德（Casagrande）方法，其重要依据就是土层记忆了历史上受到的最大固结应力的作用，并在该固结应力处体现出特殊的压缩特性。

对于正常固结土，土体一点应力状态的记忆就是竖向为自重，侧向与竖向成 K_0 正比，见公式（2-1）。

边坡形状习惯表示的坡角 β，见图 2-2、图 2-4、图 2-6。它与公式（2-3）中 θ 互余，则边坡单元土体的卸荷应力 σ_R 在水平方向的应力分量为公式（2-20）：

$$\sigma_h = K_0 \gamma z \sin^2 \beta \tag{2-20}$$

式中，K_0 表示土体的记忆性，为平面土层所具有的侧应力特性，如前所述；γz 体现了沿坡面竖向荷载变化规律影响；β 为土坡坡角，一般表示为坡面线与坡底水平方向的夹角。

因此，平面土体开挖边坡后，在坡面的一点应力状态，应包括原

平面土体应力状态和开挖土体的卸荷部分影响两个方面。坡体的应力状态也就是这两个方面应力状态的响应和叠加。

2.4.2　一般岩土边坡的应力状态

基本条件与假定如下：

（1）基于弹性半空间土体、均质 γ、单一坡度 β、坡高 H 的开挖边坡，土性属正常固结土。

（2）土体不能承受拉应力，在坡面上必有零应力，满足主应力状态。

（3）将弹性半空间土体的应力状态与坡面卸荷应力进行叠加，采用应力状态参数 K 表示叠加后的影响。

为了得到平面边坡的应力状态的描述公式，可以通过边坡土体“卸荷应力”与弹性半空间土体的应力状态进行叠加，得到一般单一坡角的边坡应力状态[7]，见图 2-7。

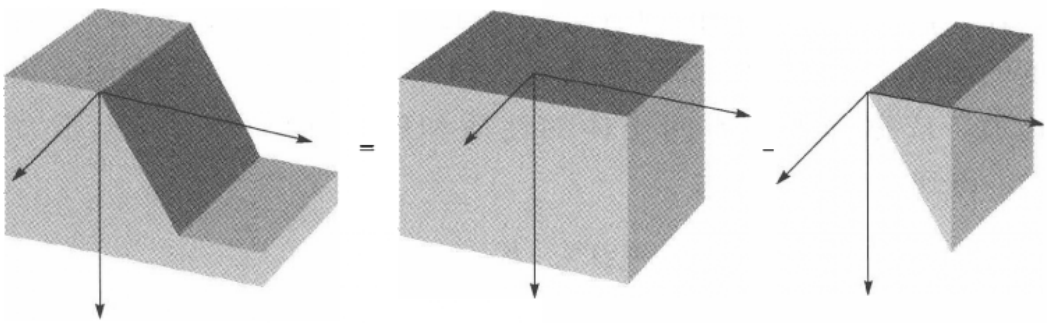


图 2-7　边坡的应力状态描述

平面土体的应力状态表述见式（2-1），坡面卸荷应力表述见式（2-20），将它们有条件地进行叠加，引入新的系数为边坡应力状态系数，得到一般平面问题边坡的应力状态描述公式为

$$\begin{cases}\sigma_1 = \gamma z \\ \sigma_3 = K\gamma z(1-\sin^2\beta)\end{cases} \tag{2-21}$$

式中，K 为应力状态系数，反映了边坡特征和岩土特性，可由试验

测取。

边坡应力状态系数的数值，在理论上，其值变化范围可参照为 $K_0 \sim K_a$ 之间，参见图 2-8。

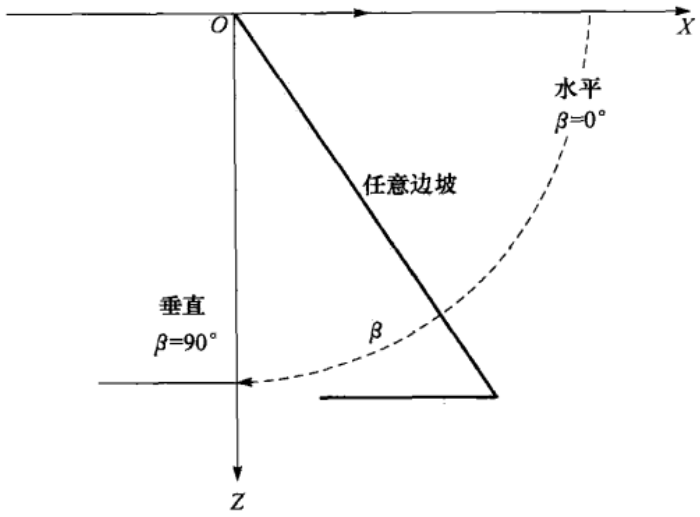


图 2-8 典型土体应力状态与坡角关系

在弹性半空间体系中，可以视由开挖得到的任意边坡的坡面线为 β 角度的坡角，$\beta=0°$时，为天然地表，即未开挖边坡；$\beta=90°$时，为垂直边坡。依据弹性半空间土体的性质和朗金（Rankine）土压力理论[7]，得到

$$\beta = 0°, \quad K = K_0 \tag{2-22}$$

$$\beta = 90°, \quad K = K_a \tag{2-23}$$

K_0 如前式（2-1）所述，K_a 的数值可以由岩土材料参数 φ 按下式确定：

$$K_a = \tan^2(45° - \varphi/2) \tag{2-24}$$

这样，依据式（2-21）～（2-24），确定了由平面土体开挖为一般边坡后，其边坡应力状态变化的根本特征和数值变化范围。

2.5 本章结论

（1）本章给出了土体开挖边坡应力卸荷在坡面单元的卸荷应力表

达公式，据此形式可以推导出计算土体在外荷集中力作用下的附加应力基本解的布辛奈斯克、弗拉蒙解，因此卸荷应力的基本形式在理论上是相对严密的。

（2）结合卸荷应力形式，在当前应力计算的弹性假设基础上，考虑土体的固结与记忆特性的坡面特点，提出的一般边坡的应力状态在坡体的应力状态式（2-20）、式（2-21），可供实际应用。

（3）应力状态参数 K 可以依据实际边坡进行测试，本章给出了其值理论上可参照的变化范围。

（4）应用式（2-20）、式（2-21）的形式，为研究边坡稳定、滑坡分析提供参考。

参 考 文 献

[1] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8（12）：84—88.

[2] 郑颖人，赵尚毅，邓楚键，等. 有限元极限分析法发展及其在岩土工程中的应用. 中国工程科学，2006，8（12）：39—61.

[3] 陈祖煜，汪小刚，邢义川，等. 边坡稳定分析最大原理的理论分析和试验验证. 岩土工程学报，2005，27（5）：495—499.

[4] 王国体. 应力重塑方法及其工程实现. 岩土工程学报，2003，25（6）：750—753.

[5] 王国体，赖焕枫，陈登伟. 边坡应力重塑方法的数值模拟. 岩土工程学报，2005，27（6）：729—732.

[6] 卢廷浩，刘祖德，等. 高等土力学. 北京：机械工业出版社，2006：239—258.

[7] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12（1）：52—60.

[8] Craig R F. Soil Mechanics. Wokingham：van Nostrand Reinhold（UK）Co. Ltd，2008.

第 3 章　岩土边坡体内一点的应力状态和安全系数

无论自然界岩土形成的坡体，还是工程需要建造的边坡，其构成物质均具有材料不同强度的特征。作为结构体或构筑物的边坡也具有不同的应力状态，它不仅仅表现在自重重力方面，而且表现为一种变化的应力状态——称为边坡应力状态。作为构成边坡的岩土材料，其特性和结构具有的重要特性之一就是对应力作用（包括重力）历史的记忆特征，如先期固结应力与固结时程的欠固结问题[1]。因此，边坡应力状态和组成的岩土材料的强度——这两个重要的特征是岩土边坡稳定、滑坡研究的根本出发点之一。当前各种边坡稳定分析的种种方法只注意岩土材料的强度问题，而对边坡的应力状态方面的研究注意不够。因此，边坡的应力状态和岩土材料的强度是研究边坡稳定问题的研究主线。

由于岩土与边坡的复杂性，评价其稳定和滑坡的方法存在困难性。可以说从边坡保持稳定到变形发展至滑坡这两个基本过程是岩土边坡稳定和滑坡发生的“分水岭”。研究这一分水岭之前边坡问题是稳定问题，研究分水岭之后是滑坡问题。现场对滑坡监测是基于观测点的变形过程特征借助仪器来实现，由观测点产生滑动位移的发展、进行进程预报，属于分水岭之后的观测特征。显然，对岩土材料的塑性问题研究是属于后者的。当前，对于分水岭之前的稳定问题，还没有真正解决。因此，边坡稳定问题的研究应该基于边坡的应力状态和岩土材料的强度特征建立边坡稳定和滑坡的分水岭界限，进而建立简明的数学力学的理论模型，是从理论上解决边坡稳定的根本问题和有效的途径，这样才能进一步解决滑坡的发生和发展过程等复杂问题。

在第 2 章，我们依据所提出的边坡卸荷应力和具有平面半空间土体的应力状态进行叠加来解决岩土边坡的应力状态。本章将应用岩土

材料强度的库仑理论的强度标准，建立边坡稳定到出现点滑动、发展一体滑坡的分水岭界限作为基本机制，提出由一点到任意区域的边坡稳定分析的数学力学模型，为一般坡体安全稳定计算理论模型的建立奠定基础。

本章由空间与平面问题一点的应力状态和岩土体一点的抗剪强度为主线，为建立岩土体内一点的稳定安全系数的模型进行全面的过程说明。

3.1　任意一点的应力状态描述

物体在外荷和重力的作用下，必将在其内部产生应力响应。岩土体内任意一点的应力状态描述，常常采用正应力、剪应力来描述，也可以应用相关公式将该点的应力状态化为主应力状态——采用主应力状态描述。采用主应力状态来描述岩土体内一点的应力状态显得更加简洁、明确。

3.1.1　空间任意点的应力状态描述

基于物体内空间的任意一点应力状态，可以用 6 个应力分量来描述三维应力状态，参见图 3-1。它们包括 3 个正应力和 3 对剪应力，见式（3-1）。

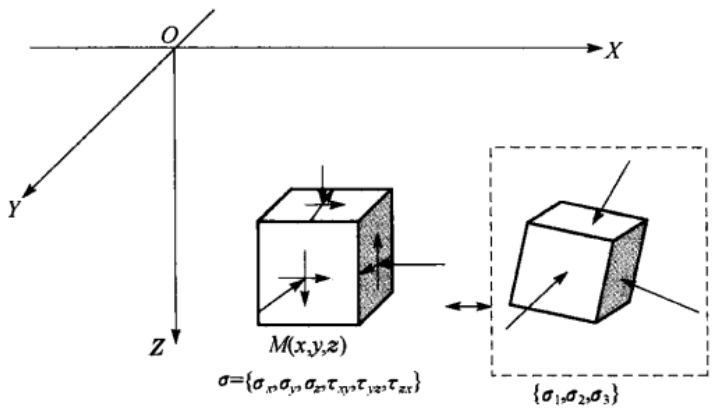


图 3-1　空间任意点的应力状态描述

同时，可以将已知的这 6 个应力分量通过相关公式的计算得到 3 个主应力来描述一点的主应力状态。

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} \tag{3-1}$$

3.1.2 三维应力状态下的应力转换[1]

应用相关公式的计算可以得到空间三维（向）应力状态下的该点的应力状态在不同坐标系的应力转换，其过程如下。

将式（3-1）的 6 个应力分量写成矩阵形式如下：

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \tag{3-2}$$

在不同新、老坐标系所表示的任意点的应力状态，其数值关系形式由式（3-3）所示的矩阵方程表示

$$\boldsymbol{\sigma}'_{ij} = \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\sigma}_{ij}\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{3-3}$$

式中，$\boldsymbol{\sigma}'_{ij}$ 为新坐标系下的应力矩阵，称为一点的应力张量；$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 为老坐标系下的应力矩阵，也称为一点的应力张量；$\boldsymbol{\lambda}$ 为新、老坐标系下的转换矩阵，且为实对称矩阵，其矩阵元素 λ_{ij} 分别是新坐标系 i 轴对老坐标系 j 轴的方向余弦，即新坐标系轴 x'、y'、z' 分别对老坐标系轴 x、y、z 轴的方向余弦。

应用式（3-3）可求任一新坐标系下的应力分量。

3.1.3 三向应力状态下的主应力

求取一般岩土体内一点单元已知应力状态的主应力及其方向，可借助求式（3-3）的实对称矩阵的特征值和特征向量的方法，将 $\boldsymbol{\lambda}$ 进行正交变换为一对角矩阵，则式（3-3）得到相应的应力状态为主应力。此时正交变换特征矩阵的特征向量 $\boldsymbol{\omega}$ 就是主应力的方向。具体过程如下：

$\boldsymbol{\omega}$ 的特征方程为

$$|\boldsymbol{\sigma}_{ij} - \omega \boldsymbol{I}| = 0 \tag{3-4}$$

式中，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵；ω 为矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 的特征根。

式（3-4）的展开式为

$$\omega^3 - I_1(\sigma)\omega^2 - I_2(\sigma)\omega - I_3(\sigma) = 0 \tag{3-5}$$

其中，

$$I_1(\sigma) = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \tag{3-6}$$

$$I_2(\sigma) = (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) - (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11}) \tag{3-7}$$

$$I_3(\sigma) = \det(\sigma_{ij}) = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \tag{3-8}$$

求解式（3-6）得到的三个实根，即得到三个主应力。

主应力的方向，按式（3-9）线形方程组

$$(\boldsymbol{\sigma}_{ij} - \omega \boldsymbol{I})\boldsymbol{\beta} = 0 \tag{3-9}$$

式（3-9）中的非零单位向量 $\boldsymbol{\beta}$ 为主应力方向。

采用主应力 σ_1、σ_2、σ_3 的主应力状态描述一点的应力状态为一点的应力分析带来很大的方便。

3.1.4　平面任意点的应力状态描述

对于岩土平面内一点的应力状态，具有三个应力分量 σ_x、σ_z、τ_{xz} 和两个主应力 σ_1、σ_3。依据空间三维问题的上述分析，其应力转换矩阵和主应力求取方程可参照空间三向应力状态进行具体分析，相关矩阵降为二阶，方程二次，更为方便。或使用直接具体相关公式分析求取，其应力转换矩阵形式如式（3-10）所示。

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \tag{3-10}$$

相应的应力转换方程 i，$j=1$，2。α 为方向角，以 x 轴正方向逆时针为正，剪应力顺时针转动趋势为正，正应力压为正。求得的主应力公式为

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} \tag{3-11}$$

相应主应力的倾角为 α_0。

$$\tan 2\alpha_0=-\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y} \tag{3-12}$$

3.1.5 空间一点的剪应力效应

当空间内一点的应力状态采用主应力状态来描述时，可以形象地采用莫尔空间应力圆来表达 3 个应力与 6 个应力分量之间的关系，尤其是 3 个应力分量与剪应力之间的关系[2]，对研究岩土内空间三维应力状态的剪应力效应十分具体和更加方便，见图 3-2。

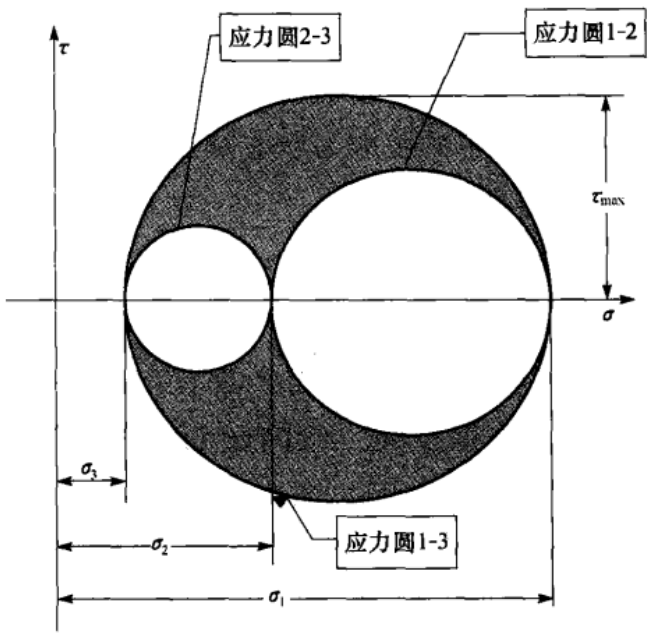


图 3-2 一点的主应力状态的莫尔圆与剪应力之间的关系

由于剪切材料的破坏或滑动是由剪应力的作用引起的，按照图3-2分析剪应力作用，可以得到如下典型特征结论：剪切应力圆可分为四部分，有三个主应力 σ_1、σ_2、σ_3 两两分别组成的应力圆为：应力圆 1-2、应力圆 2-3、应力圆 1-3 和它们之间相互分割后的阴影部分，见图 3-2。

由于一般的 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 的特征，得到如下结论：

（1）当研究该点在与 3 个主应力平面斜交的任意斜面上的正应力和剪应力时，其位置在图 3-2 中 3 个应力圆所构成的阴影内所对应点处的应力状态，即任意斜截面上的正应力、剪应力大小和方向在阴影的相对应点处。

（2）当研究该点在与任意主应力垂直面方向上的应力状态时，其正应力剪应力的大小分别可以用大主应力 σ_1、中主应力 σ_2、小主应力 σ_3 组合所对应的应力圆 1-2、应力圆 2-3、应力圆 1-3 来表示。正交截面上的正应力、剪应力大小和方向在对应应力圆周上

$$\tau_{\max}(i) = (\sigma_i - \sigma_j)/2$$

式中，i，j=1，2，3 轮换，且 $i \neq j$。

（3）该点任意方向上应力状态的正应力、剪应力在数值上满足 $\sigma \leqslant \sigma_1$，$\tau \leqslant \tau_{\max}$。

（4）该点的最大剪应力 $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$，所对应的方向与 σ_1 方向的夹角为 45°。

（5）研究该点应力状态的最大剪应力效应，对应的应力状态是应力圆 1-3。

（6）对于各向同性的剪切破坏的剪切材料，研究一点剪切稳定问题，可以忽略中主应力 σ_2 影响，因为不是产生剪切破坏的主要方向。

当认为岩土体材料为剪切破坏的材料时，上述结论对研究边坡稳定问题的剪切效应——滑动时，将带来十分重要的启示：一点的破坏或滑动的产生，只能沿着一个方向，不能发生在多个方向，即以最大剪应力作为一点的稳定和破坏的主要依据。

3.2 岩土体材料的库仑抗剪强度定律[3]

1776 年，法国学者库仑提出了岩土体材料的抗剪切强度的具体公式表述，简称库仑定律，见式（3-13）。

$$\tau_f = c + \sigma\tan\varphi \tag{3-13}$$

式中，τ_f 为岩土体一点沿 σ 作用方向与其垂直的抗剪强度，kPa；σ 为岩土体一点某方向上作用的正应力（压应力），kPa；c 为岩土材料的抗剪强度参数，黏聚力，由试验测定，kPa；φ 为岩土材料的抗剪强度参数，内摩擦角，由试验测定，(°)。

式（3-13）所表示的抗剪材料的库仑定律，表明了一点在确定的应力状态下，由于其在该点的各个方向上的正应力不同（见 3.1 节论述），该点在各个方向上的抗剪强度的发挥也不同。

由于库仑抗剪强度一直是岩土材料采用的强度标准、工程应用的根本形式之一，同时由于库仑抗剪强度参数在工程应用中测试仪器和试验方法的选取不同，所得到抗剪强度的参数即使对于同一岩土体，其数值是不同的。因此，基于结合边坡工程的实际条件，采用合适的试验仪器及测试方法，取得与边坡实际条件一致的边坡岩土体材料的强度参数，对边坡稳定分析是十分重要的。

3.3 岩土抗剪材料的抗剪响应

3.3.1 岩土体任一点的抗剪响应[4]

由于一点的应力状态确定了该点在各个方向上具有不同的正应力、剪应力，所对应的材料使用的强度为库仑抗剪强度定律时，其对应于该点各个方向上所发挥的抗剪强度也不一样。为了表述岩土体内一点的应力状态与抗剪强度的发挥之间的关系，采用一点应力状态的莫尔应力圆与库仑抗剪强度直线的图形进行直观表示，将为分析一点的受

剪切是否安全带来极大的方便。

若视岩土体为空间各向同性的抗剪切材料，满足库仑抗剪强度定律和莫尔-库仑准则，判断一点在一定的应力状态下（应力莫尔圆大小一定）是否剪切破坏时，只需要将岩土抗剪强度包线叠加到该点的莫尔应力圆的图形上即可。即使抗剪强度包线是曲线形式，这种直观的分析也是十分明确的，见图 3-3 与参考图 3-2。

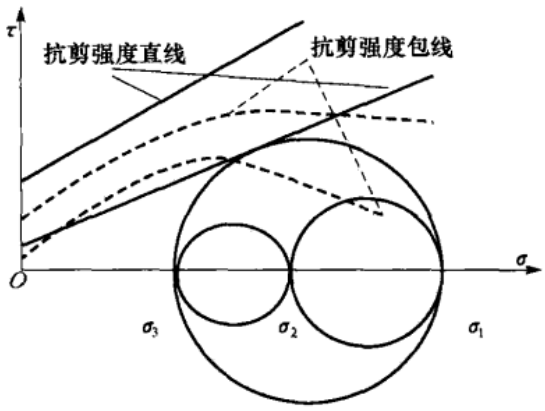


图 3-3　不同抗剪强度与莫尔应力圆的关系

依据所示图形的库仑抗剪强度线和莫尔应力圆，可以得到该点稳定、极限平衡或者破坏的判断标准——莫尔-库仑准则的以下结论：

（1）抗剪强度线与三向应力圆相离，由于应力圆 1-3 的直径最大，即只要与应力圆 1-3 相离，该点就处于稳定状态。

（2）抗剪强度线与应力圆 1-3 相切于一点时，该点处于极限平衡状态。

（3）抗剪强度线与应力圆相交时，首先与应力圆 1-3 相交，该点处于破坏状态。

（4）当一点的应力状态变化和抗剪强度包线为曲线变化时，上述结论不变。

因此，研究岩土体空间任意一点稳定和产生不稳定时的分水岭界限是：

（1）稳定界限是抗剪强度包线且为直线时，应力圆 1-3 与抗剪直

线相离，并可以采用最大剪应力 τ_{max} 与其相对应的抗剪强度来表述。

（2）非稳定界限是抗剪强度包线且为直线或曲线时，抗剪强度包线与应力圆有相交的点，以该点的极限状态作为研究空间一点的非稳定的发展过程。当抗剪强度包线为直线时，只需要研究应力圆 1-3 与抗剪强度直线的切点作为该点非稳定的界限。

3.3.2 岩土坡体内一点稳定公式表达

以岩土体的平面问题的一点稳定与非稳定问题，进一步作力学响应公式形式的特征分析。

库仑定律的抗剪强度参数为常数，强度包线为直线。

一点的应力状态表述为莫尔应力圆。

根据岩土材料的库仑抗剪强度定律和莫尔-库仑准则，并根据 2.2 节的论述，确定的应力状态和强度条件下一点的安全与破坏用式（3-14）、式（3-15）和图 3-2 及图 3-4 来表述。

一点的应力状态采用 σ_1、σ_3 来描述，有

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \dfrac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \dfrac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \\ \tau_\alpha = \dfrac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \end{cases} \tag{3-14}$$

式中，σ_α、τ_α 分别为一点与主应力 σ_1 方向夹角为 α 的正应力和剪应力。

一点的抗剪强度状态相对应的库仑抗剪强度定律为式（3-15）。

$$\tau_{f\alpha} = c + \sigma_\alpha \tan\varphi \tag{3-15}$$

式中，$\tau_{f\alpha}$ 为一点某一方向上发挥的抗剪强度，kPa；σ_α 为一点某方向上的正应力，kPa；其他同前。

按照岩土抗剪强度的库仑强度理论和判定土体内任意一点是否破坏的莫尔-库仑准则，由于一点在确定应力状态条件下，应力圆唯一，但在该点的各个方向上应力不同，所对应的该方向上的抗剪强度也不同，如图 3-4 所示。

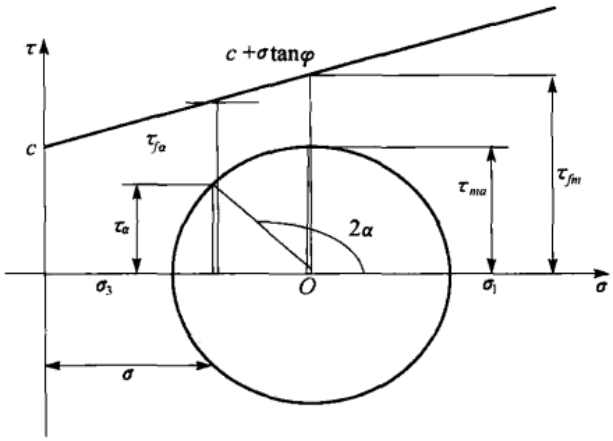


图 3-4　岩土平面内一点的应力状态和抗剪强度的关系

莫尔应力圆表明，土体内一点在确定的应力状态下，在该点各个方向的正应力、剪应力的变化的轨迹是应力圆。应力圆用该点应力状态对应最大、最小主应力直接描述，该应力圆的半径为（$\sigma_1-\sigma_3$）/2，所以，将式（3-14）与式（3-15）联合，得到莫尔-库仑准则一般公式的形式，见式（3-16）。

$$\begin{cases}\tau_{f\alpha}=c+\sigma_\alpha\tan\varphi\\ \sigma_\alpha=\dfrac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)+\dfrac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)\cos2\alpha\\ \tau_\alpha=\dfrac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)\sin2\alpha\end{cases}\tag{3-16}$$

式中，α 表示一点的方向角，逆时为正；其他同前。

式（3-16）的图形表示见图 3-4。

依据图 3-4 和莫尔-库仑准则，得到以下典型结论：

（1）当库仑抗剪强度直线与莫尔应力圆相离时，该点在各个方向上的抗剪强度都大于剪应力，该点处于安全状态，简写成 $\tau_f>\tau$。

（2）当库仑抗剪强度直线与莫尔应力圆相切时，该点在相切处（$2\alpha=90°+\varphi$）的抗剪强度等于剪应力，该点处于极限状态，即在切点处 $\tau_f=\tau$。

（3）当库仑抗剪强度直线与莫尔应力圆相交时，该点已处于破坏状态，即认为该点处 $\tau_f<\tau$。

3.3.3 岩土平面内一点稳定与非稳定的分水岭界限

1. 一点的安全稳定

根据 3.3.1 小节和 3.3.2 小节的分析，岩土体内一点的应力状态和抗剪切的能力，只要满足应力圆与抗剪直线相离，即 $\tau_f > \tau$ 时，该点稳定安全。

该点的莫尔应力圆与库仑抗剪直线相离，为平面问题一点稳定的分水岭界限，其最大剪应力 τ_{max} 具有唯一值，即

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 \tag{3-17}$$

式（3-17）表明，只要一点的应力状态确定，该点剪应力最大值是确定的、唯一的。对于具有 c、φ 所描述的抗剪材料，可以应用式（3-17）为依据，研究岩土体内一点安全稳定的问题描述——以该点应力圆与抗剪直线的相离为条件。

2. 一点的极限平衡状态

应用库仑抗剪强度直线与莫尔应力圆相切的极限平衡条件，其形式为

$$\sin\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2c\cot\varphi} \tag{3-18}$$

应用式（3-18），研究解决岩土平面内一点极限状态和发展破坏问题，可视为由稳定发展到滑动的分水岭界限问题——该点应力圆与抗剪强度直线相切和相交条件。

3.4 岩土内一点安全的新定义——一点稳定的力学模型[4,5]

根据 3.3.3 小节的论述所得到的岩土体平面问题一点稳定与滑动的分水岭界限，将式（3-17）视为研究一点稳定的依据条件之一，建

立岩土体内一点稳定问题的模型。

定义：一点的安全稳定系数 F_d 为该点的最大剪应力所对应的抗剪强度除以最大剪应力，即

$$F_d = \frac{\tau_{fm}}{\tau_{\max}} \tag{3-19}$$

$$F_d = \frac{2c + (\sigma_1 + \sigma_3)\tan\varphi}{(\sigma_1 - \sigma_3)} \tag{3-20}$$

式中

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \tag{3-21}$$

$$\tau_{fm} = c + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)\tan\varphi \tag{3-22}$$

即 τ_{fm} 为对应于 $\tau_{\max}$ 的抗剪强度取值。

3.5　本章结论

本章以岩土体内一点应力状态描述的基本公式和莫尔应力圆为依据，重点强调了岩土内一点应力状态的变化特征和应用特点。

引用库仑抗剪强度理论应用于岩土材料，在均质、同性的假定条件下，结合莫尔应力圆特征，强调了岩土体内任意一点由于该点任意方向上的正应力、剪应力不同，抗剪强度的发挥也不同，提出了研究岩土体内一点稳定与非稳定的根本特征——一点稳定与滑动的分水岭界限。同时，以最大剪应力值和对应的抗剪强度发挥值作为该点稳定的依据。

根据最大剪应力的特点和库仑抗剪强度定律，定义了岩土体内一点稳定安全系数，为研究一点的稳定问题提出了公式的基本形式。研究一点的非稳定问题采用用极限平衡公式。

参 考 文 献

[1]　杨伯源. 材料力学 (I). 北京：机械工业出版社，2002：122—132.

[2] 孙训方，方孝淑，关来泰. 材料力学（I）. 北京：高等教育出版社，2002：217—220.

[3] 卢廷浩，刘祖德，等. 高等土力学. 北京：机械工业出版社，2006：239—258.

[4] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8（12）：84—88.

[5] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12（1）:52—60.

第 4 章　边坡稳定和滑坡分析的数学力学模型与解析解

边坡稳定到滑坡发生的实质是边坡土体受剪切的力学行为和岩土材料抗剪切强度的发挥共同作用的结果。依据第 3 章的论述，通过采用一点的主应力状态描述和库仑强度理论，应用莫尔-库仑准则为主线，对提出的边坡稳定和滑坡分析的分水岭界限，在假定岩土边坡任意滑动面和坡面轮廓面构成整体滑动体的条件下，定义了在滑动面上的剪切流量和抗剪切流量的数学力学模型和边坡稳定安全系数，建立了用于边坡稳定和滑坡分析的完整数学力学模型。同时，依据第 3 章对岩土边坡应力的论述，选择最大剪应力和相对应的抗剪强度分别为剪切密度函数和抗剪强度密度函数，使得该模型由有旋场转为无旋场，得到对坐标的曲线（面）积分与路径无关。

采用弹性半空间土体的应力状态与边坡卸荷应力进行有条件叠加，得到一般边坡的应力状态表达的参数形式，应用于简化平面问题边坡的数学力学模型，获得一般边坡安全稳定系数解析解、极限坡高和极限坡角等系列解析解。

对于一般岩土边坡，通过测试得到 6 个物理力学参数，利用解析解的具体公式形式，进行稳定计算或滑坡分析带来极大的方便。所建立的数学力学模型也为滑坡的深入研究奠定了坚实的理论基础。

4.1　基 本 思 想

无论自然岩土形成的天然坡体，还是工程需要建造的人工边坡，岩土边坡稳定和滑坡的研究，归结于边坡重力的力学效应和岩土材料的强度响应。一方面，作为岩土边坡，其构成的岩土材料是具有材料

的不同强度特征；另一方面，作为结构体或构筑物的边坡也具有不同的应力状态，它不仅仅表现在自重重力的方面，而且表现为一种变化的应力状态——这种变化的应力状态称为边坡应力状态。这是因为岩土材料的重要特性之一是对应力（包括重力）历史的记忆特征所确定的，如先期固结应力与固结时程的欠固结问题[1~6]。因此，边坡应力状态和组成的岩土材料的强度——这两个重要的特征是岩土边坡稳定、滑坡研究的根本出发点。在当前，对岩土材料的研究普遍认为符合库仑抗剪强度的模型，而对边坡的应力状态方面的研究不曾多见。

在环境条件作用下，边坡从稳定状态到滑坡出现的发展过程，认为是从一点的稳定到剪切破坏的开始，是边坡稳定和滑坡发展这两个过程中的分水岭界限。该界限以后是由点的破坏逐步发展到区域破坏并伴随着变形的不断发展后，逐步发展到一定区域整体，导致出现滑坡的现象。以一点稳定和破坏的分水岭界限，应用到边坡的整体稳定和滑坡分析，去研究一般边坡的稳定和滑坡问题。采用岩土材料强度的库仑定律和弹性力学的理论解决应力来确定稳定问题；应用岩土材料的塑性性质和塑性力学来分析非稳定的滑坡发展问题，成为我们解决边坡问题的基本思想[7]。

据此，本章以提出的应用边坡卸荷应力与弹性半空间平面土体的应力状态进行叠加来解决岩土边坡的应力状态，采用岩土材料强度理论的库仑定律及莫尔-库仑准则，作为边坡稳定到滑坡出现的分水岭界限，由一点的稳定和破坏的条件，推广到边坡整体，建立了一般边坡安全系数的数学力学模型，基于平面均质边坡得到了边坡稳定安全系数、极限坡高和极限坡角的理论解析解公式。

4.2 岩土边坡安全稳定的数学力学模型

对于任意岩土体边坡，岩土体破坏属性被普遍认为是剪切破坏的材料，边坡稳定和引起滑坡的原因都是剪应力效应的结果。当岩土材料的抗剪效应强度储备大于发挥的剪切效应时，边坡处于稳定安全状

态；当边坡岩土材料的抗剪强度发挥效应小于等于剪切效应时，边坡处于非稳定或滑坡状态。

设空间三维坐标系（x，y，z）中的任意岩土边坡，具有用坡高和坡角典型物理量来表述。对于边坡任意空间可能产生的滑动：滑动体由边坡表面和滑动曲面 ω 所形成，当滑动体（滑坡）为整体滑动时，在滑动曲面上、下界产生剪应力作用的力学效应和材料的抗剪强度发挥效应，所对应的边坡在有旋应力场和抗剪强度场作用下，在滑动曲面 ω 上剪应力流量为 T_s，在滑动曲面 ω 下对应的抗剪强度流量为 T_f，参见图 4-1。

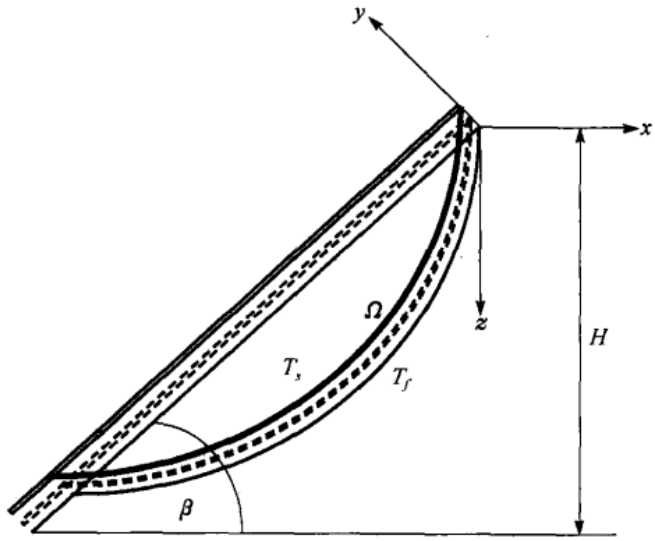


图 4-1　岩土边坡的假定滑动面 Ω 的剪切滑动和抗剪效应示意图

依据数学中对坐标的曲面 ω 积分的定义[8]，则

$$T_s = \iint_{\Omega} \tau_i(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + \tau_j(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + \tau_k(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \qquad (4\text{-}1)$$

$$T_f = \iint_{\Omega} \tau_{fi}(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + \tau_{fj}(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + \tau_{fk}(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \qquad (4\text{-}2)$$

式中，$\tau_i(x, y, z)$、$\tau_j(x, y, z)$、$\tau_k(x, y, z)$ 为剪切效应密度函数，分别是 $\tau(x, y, z)$ 的主方向在（y，z）、（z，x）、（x，y）面的法线方向的分量；$\tau_{fi}(x, y, z)$、$\tau_{fj}(x, y, z)$、$\tau_{fk}(x, y, z)$ 为抗剪

强度密度函数，分别是 $\tau_f(x, y, z)$ 的主方向在 (y, z)、(z, x)、(x, y) 面的法线方向的分量。

这样，岩土边坡其所处的物理状态，采用安全系数 F_s 定义为

$$F_s = \frac{T_f}{T_s} \tag{4-3}$$

当 $F_s>1$ 时，岩土边坡处于稳定安全状态；当 $F_s\leqslant 1$ 时，岩土边坡处于非稳定状态。

对于简化为平面二维坐标 (x, z) 的岩土边坡，可能产生滑动的滑动体由坡面线和滑动曲线 L 所组成。当滑动体（滑坡）为整体滑动时，在滑动曲线内、外产生剪应力作用的力学效应和岩土材料抗剪强度发挥效应，参照式（3-1）、式（3-2）。依据数学中对坐标的曲线 L 积分的定义，在滑动曲线 L 内剪应力流为 T_s，在滑动曲 L 线外对应的抗剪强度流为 T_f，即

$$T_s = \int_L \tau_i(x,z)\mathrm{d}z + \tau_j(x,z)\mathrm{d}x \tag{4-4}$$

$$T_f = \int_L \tau_{fi}(x,z)\mathrm{d}z + \tau_{fj}(x,z)\mathrm{d}x \tag{4-5}$$

式中，$\tau_i(x, z)$、$\tau_j(x, z)$ 为剪切效应密度函数，分别是 $\tau(x, z)$ 的主方向在 z、x 方向的剪力分量；$\tau_{fi}(x, z)$、$\tau_{fj}(x, z)$ 为抗剪强度密度函数，分别是 $\tau_f(x, z)$ 的主方向在 z、x 方向的抗剪强度分量。

这样，由式（4-1）～（4-5）组成边坡安全稳定分析的数学力学模型的完整公式。

4.3 边坡安全和滑动的数学力学模型的简化

应用式（4-1）～（4-3），可以进行边坡空间稳定分析。依据第3章，由于岩土材料破坏由最大剪应力所控制，研究一点的稳定状态的控制方向应在 (σ_1, σ_3) 平面内，其三维边坡稳定问题可简化为二维平

面边坡的稳定问题。

当一般岩土边坡的应力状态在重力作用时，适当选取坐标系（如选取最大主应力 σ_1 的方向应与重力作用 z 方向一致），根据坐标系（x，y，z）和（σ_3，σ_2，σ_1）互换的关系，有对应关系进行坐标变换，即 $dz=d\sigma_1$，$dx=d\sigma_3$，$dy=d\sigma_2$，可以对式（4-1）、式(4-2)进行变换。

对于平面二维坐标（x，z）的岩土边坡，设岩土边坡均质，有几何参数坡高 H、坡角 β 和重力参数 γ，边坡的应力状态在重力作用时，最大主应力 σ_1 的方向应与重力作用 z 方向一致，可能产生滑动的滑动体由坡面和任意滑动曲线 L 所组成。整体滑动时，在滑动曲线内、外产生剪应力作用的力学效应式（4-4）和材料抗剪强度发挥效应式(4-5)，基于式（4-3），在进行变换坐标时，则得到式（4-6）、式(4-7)成立。

$$T_s=\int_L \tau_i(\sigma_1,\sigma_3)d\sigma_1+\tau_j(\sigma_1,\sigma_3)d\sigma_3 \tag{4-6}$$

$$T_f=\int_L \tau_{fi}(\sigma_1,\sigma_3)d\sigma_1+\tau_{fj}(\sigma_1,\sigma_3)d\sigma_3 \tag{4-7}$$

对式（4-6）、式（4-7），将式（3-21）、式（3-22）分别代入，得到

$$T_s=\int_L \frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)d\sigma_1+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)d\sigma_3 \tag{4-8}$$

$$T_f=\int_L\left[c+\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\tan\varphi\right]d\sigma_1+\left[c+\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\tan\varphi\right]d\sigma_3 \tag{4-9}$$

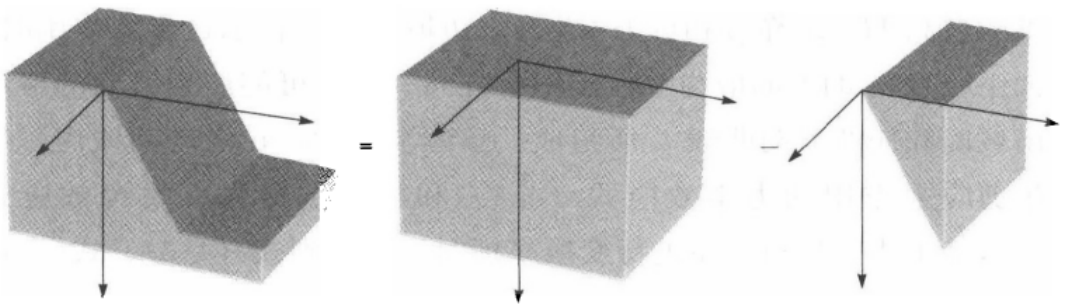
对于式（4-9），由于一点的剪应力、抗剪强度连续性，同时有[8]

$$\frac{\partial}{\partial\sigma_3}\left[2c+\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\tan\varphi\right]=\frac{\partial}{\partial\sigma_1}\left[2c+\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\tan\varphi\right] \tag{4-10}$$

所以，T_f 对 L 曲线的坐标积分与路径无关，只需选择对坡高（0，H）积分即可。T_s 可化为相对应的面积积分，即可得到平面问题边坡的稳定安全系数。

4.4　一般岩土边坡的应力状态描述

为了得到平面边坡应力状态的描述公式，可以通过边坡土体“卸荷应力”与弹性半空间土体的应力状态进行叠加，得到一般单一坡角的边坡应力状态，如图 4-2 所示。



边坡应力状态　=　平面土体应力状态　−　坡面卸荷应力

图 4-2　一般边坡的应力状态的描述

4.4.1　半空间平面岩土体任意点的应力状态

设具有平面 XOY（地面）的半空间土体，地面为坐标系，向下为 Z 轴，则土体内任意点的应力状态为

$$\begin{cases}\sigma_z = \gamma z = \sigma_1 \\ \sigma_x = \sigma_y = K_0 \gamma z = \sigma_2 = \sigma_3\end{cases} \tag{4-11}$$

式中，γ 为岩土体的重度，$\mathrm{kN/m^3}$；K_0 为侧向应力系数，无量纲。

4.4.2　平面边坡的“卸荷应力”状态

假设有平面 XOY 土体开挖成具有单一坡角 β 的边坡的空间边坡，如图 4-3 所示。

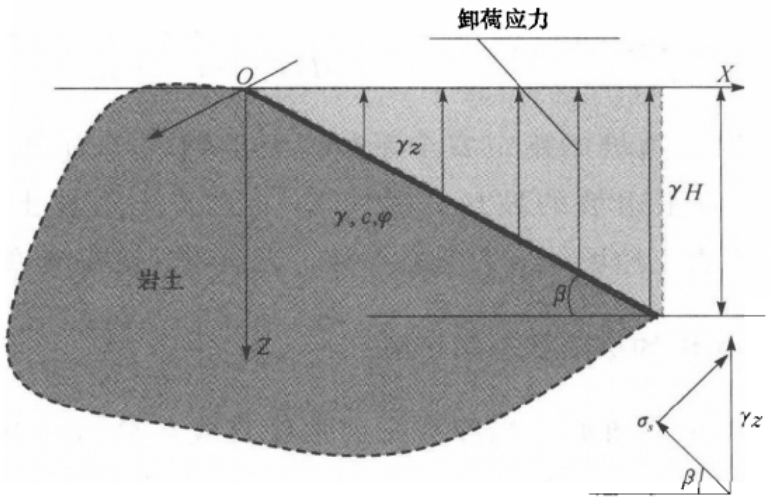


图 4-3　边坡“卸荷应力”示意图

由力学平衡分解和单元分析，可以得到沿坡面方向的“卸荷应力”的分量

$$\sigma_s' = \gamma z \sin^2\beta \tag{4-12}$$

将式（4-12）与式（4-11）进行有条件的叠加，即引入边坡应力状态系数 K 来综合表示土性记忆性影响和边坡响应，得到了坡面的应力状态[8]

$$\begin{cases} \sigma_z = \gamma z = \sigma_1 \\ \sigma_x = \sigma_y = K\gamma z(1-\sin^2\beta) = \sigma_3 \end{cases} \tag{4-13}$$

式中，$K_a \leqslant K \leqslant K_0$。即边坡应力状态参数的数值理论上在主动土压力系数和静止土压力系数之间，见式（2-22）～（2-24）。

4.5　岩土边坡安全稳定和极限状态的解析解

4.5.1　安全系数公式

依据岩土边坡安全稳定的数学力学模型公式（4-1）～（4-5），将式（4-13）依次回代至式（4-3），得到平面岩土边坡安全稳定分析的解析解，见式（4-14）

$$F_s(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)} \tag{4-14}$$

式中，F_s 为岩土边坡的稳定安全系数，无量纲；H 为岩土边坡的高度，m；β 为岩土边坡的坡角，度（°）；γ 为岩土边坡土体的重度，kN/m³；K 为岩土边坡的应力状态参数，无量纲，见第 3 章的论述。

4.5.2 岩土边坡的极限状态解析解

依据莫尔-库仑准则，当库仑抗剪强度直线与莫尔应力圆相切时，公式表达为式（3-22）。作为一点稳定与滑动开始的界限，将式（4-13）代入，进行整理分别得到平面岩土边坡极限分析的解析解，包括极限坡高 H_{cr}、极限坡角 β_{cr}，分别如式（4-15）、式（4-16）所示。

$$H_{cr}(K,\gamma,c,\varphi,\beta)=\frac{2c\cos\varphi}{\gamma[(1-\sin\varphi)-K(1+\sin\varphi)\cos^2\beta]} \tag{4-15}$$

$$\beta_{cr}(K,\gamma,c,\varphi,H)=\arcsin\sqrt{1-\frac{\gamma H(1-\sin\varphi)-2c\cos\varphi}{K\gamma H(1+\sin\varphi)}} \tag{4-16}$$

式中符号同前。

这样，依据第 3 章所提出的岩土材料一点安全稳定和非稳定的分水岭界限，根据所建立的岩土边坡安全稳定和非稳定判断的数学力学模型式（4-1）～（4-5），对于一般平面、均质的边坡，得到了边坡安全稳定系数和极限坡高、极限坡角的系列解析解，可以提供给岩土边坡稳定分析时应用。

4.5.3 理论公式的检验与讨论

公式（4-14）是基于开挖边坡的形式推导出的，为了不失对一般边坡应用的普遍性，依据公式中的具体参数选用具有物理意义、岩土材料的典型的特殊数值，对其进行理论检验和相关讨论：

（1）当边坡岩土体材料的抗剪强度参数凝聚力 $c=0$kPa 时，土性为砂土。若边坡应力状态参数 $K=0$，即土体未产生自重应力固结作

用，可以认为边坡为天然堆砂，由公式（4-14）可得 $F_s=\tan\varphi$，即安全系数为 $\tan\varphi$。该数值说明在天然堆砂成坡条件下，砂土边坡的临界稳定安全数值应该是天然形成边坡的坡角 β 的正切值（或称边坡比值、边坡比），且这一比值就是天然坡角正切值 $\tan\beta$ 并等于砂土的内摩擦角正切值 $\tan\varphi$。

（2）当边坡岩土体的抗剪强度参数凝聚力 $c=0$kPa，为砂土时，取 $F_s=1$，$K=0$，由式（4-14）得到 $\varphi=45°$，这一角度即是脆性材料的安全角（或刚性破坏角）。

（3）当边坡岩土体的抗剪强度参数凝聚力 $c\neq0$，$\varphi=0$，取 $K=0$ 时，由式（4-14）得到 $F_s=\dfrac{4c}{\gamma}$。该数值即黏性材料的凝聚力累积强度与重力之比。

（4）当边坡坡角 $\beta=90°$时，即垂直边坡，坡体危险面必是垂直坡面，则由边坡稳定安全系数式（4-14）得到 $F_s=\dfrac{4c}{\gamma}+\tan\varphi$。该数值即边坡稳定安全系数，由黏性材料和摩擦材料两部分组成。

（5）对于式（4-15），当坡角 $\beta=0°$，取 $\varphi=0$，$K=0$ 时，为未固结的黏性土，由式（4-15）得到 $H_{cr}=\dfrac{2c}{\gamma}$。该数值即为朗金主动土压力理论的黏性土边坡的直立高度。这是因为式（4-15）也是极限平衡条件下得到的，理应与朗金主动土压力理论是一致的。

（6）同样，当岩土边坡的坡角 $\beta=90°$时，取 $\varphi=0$，当 $F_s=1$ 时，由公式（4-14）得到 $H=\dfrac{4c}{\gamma}$，其区别于朗金主动土压力理论的假设极限平衡条件的临界直立高度。这是因为式（4-14）是在具有安全储备条件下（见第 3 章）得到的，并有一定的固结过程，其坡高理应大于极限平衡理论的临界高度。

以上应用岩土边坡相关参数的典型选值，对理论式（4-14）、式（4-15）进行的检验和讨论说明，式（4-14）、式（4-15）与相关理论一样，概念清楚，意义明确，作为岩土边坡的稳定安全系数的分析计算具有普遍性意义。

对于任一天然或工程土坡，比其现行各类边坡稳定分析的计算方法，增加了边坡应力状态参数 K，它综合反映了岩土边坡特征、岩土土性以及固结过程对边坡应力状态的影响；与其他岩土的力学参数一样，可以通过相关试验测取即为已知，应用公式（4-14）等对各类不同的岩土边坡进行边坡的稳定安全系数的计算与分析。

将公式（4-14）～(4-16）推广到一般岩土边坡，在实用中，无论天然岩土边坡还是工程构筑边坡，无论地质岩土层多么复杂变化，都可以简化成几何参数 H、β；由勘查测试得到四个物理力学参数 K、γ、c、φ，应用式（4-14)～(4-16)，经过公式计算，得到边坡稳定和滑坡具体计算和过程分析。

4.6 本章结论

本章以岩土材料的剪切破坏为基点，设边坡任意曲面的整体滑动为依据，给出了岩土边坡安全稳定分析的一般数学力学模型。

依据岩土材料库仑抗剪强度定律和莫尔-库仑准则，在一点处于稳定时，选择最大剪应力的力学效应和对应的抗剪强度响应，结合一般岩土边坡的主应力场特征，得到空间三维边坡简化为二维平面边坡稳定的安全系数数学力学模型，即将有旋的应力场、强度场化为无旋的应力场、强度场，得到对曲线（面）的坐标积分与路径无关，避免了对任意滑动曲线（面）研究的复杂性。

对一般边坡应力状态描述，采用半空间平面土体的应力状态与卸荷应力状态进行叠加，得到一般边坡的坡面应力状态，应用边坡稳定的安全系数的数学力学模型，得到均质边坡安全系数的解析解。应用极限平衡的莫尔-库仑准则，得到一般均质边坡的极限坡高和极限坡角解析解。

本章得到的边坡安全系数解析解的应用，与现行边坡稳定安全系数计算方法具有可比性。由于边坡稳定安全系数的数学力学模型严密，具有对均质土坡稳定分析的可信性；解析公式带来了实用上极大的方

便。经过对公式中相关参数的理论检验，系列公式应用于岩土边坡的稳定分析具有普遍性。

本章的岩土边坡的数学力学模型为复杂岩土边坡的稳定和滑坡分析奠定了坚实的理论研究基础。

本章的均质岩土边坡稳定的安全系数解析公式，为边坡在环境条件（如降雨、地震条件）下边坡稳定和滑坡分析应用，建立了研究应用基础。

参 考 文 献

[1] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8（12）：84—88.

[2] 王国体，王婉娣. 平原多级储灰复合坝滑坡分析和加固治理. 岩土工程学报，2006，28（4）:545—548.

[3] 王国体，赖焕枫，陈登伟. 边坡支护应力重塑方法的数值模拟. 岩土工程学报，2005，27（6）：729—732.

[4] 王国体，易志宏，胡志专，等. 开挖边坡中应力重塑方法的有限元模拟. 合肥工业大学学报（自然科学版），2004，27（4）：368—371.

[5] 王国体，潘恒芳，陈兵. 滑坡防治的应力重塑方法. 合肥工业大学学报（自然科学版），2001，24（3）：374—377.

[6] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析，中国工程科学，2010，12（1）:52—60.

[7] 同济大学数学教研室. 高等数学（下册）. 北京：高等教育出版社，2003：159—184.

第 5 章　岩土边坡稳定分析应力状态方法解析解的应用

基于第 4 章所建立的岩土边坡稳定分析的数学力学模型，依据弹性体假设得到的边坡应力状态的描述，引用边坡应力状态参数，得到岩土边坡稳定分析的解析解系列公式，称为岩土边坡稳定分析的应力状态方法。

本章结合平面边坡一些研究分析和部分工程算例，应用第 4 章所得到的边坡稳定分析的系列解析公式，算例边坡中包括具有的 5 个应用参数，即边坡几何参数：坡高 H 和坡角 β；物理参数：土的重度 γ、黏聚力 c 和内摩擦角 φ。对引入的边坡应力状态参数 K 值，参考其理论数值的范围，应用于对给定的岩土边坡，进行计算边坡安全系数，与计算算例的现行条分法、有限元强度折减分析方法的计算结果进行对比与分析说明，以边坡安全系数的参数定量化的规律对边坡稳定进行界定以及滑坡的分析、预报作出初步的判定。

5.1　二维边坡研究算例

5.1.1　分析研究的算例

选取参考文献［1］第 45 页的有限元强度折减法在均质边坡中的应用的典型算例。算例描述的均质土坡：计算参数为，坡高 $H=20\text{m}$，重度 $\gamma=20\text{kN/m}^3$，黏聚力 $c=42\text{kPa}$，内摩擦角 $\varphi=17°$，求取当边坡的坡角分别为 $\beta=30°$，$35°$，$40°$，$45°$，$50°$时，相应的边坡稳定安全系数。

参考文献中，应用有限元强度折减方法计算边坡的稳定安全系数，

计算统一采用 c/w，$\tan\varphi/w$ 的折减形式，采用大型有限元 ANSYS 5.61 商业软件，计算的边坡模型边界下部固定，两侧水平约束；计算控制的收敛标准 0.00001，最大迭代次数 1000 次；应用 Drucker-Prager强度理论，其中 DP1、DP2、DP3、DP4、DP5 为主应力屈服面在 π 平面上为外角外接圆、内角内接圆、莫尔-库仑等面积圆、关联法则下莫尔-库仑匹配圆、非关联法则下莫尔-库仑匹配圆等强度的破坏标准。

本章仅应用其边坡的计算结果，见表 5-1。具体详见文献［1］的 42～45 页。

表 5-1　应力状态方法与有限元强度折减法计算边坡稳定安全系数的比较

算　法	坡角				
	30°	35°	40°	45°	50°
DP1	1.93	1.77	1.65	1.54	1.44
DP2	1.66	1.51	1.40	1.30	1.21
DP3	1.56	1.42	1.32	1.22	1.13
DP4	1.64	1.49	1.38	1.27	1.19
DP5	1.56	1.42	1.31	1.21	1.12
Spencer 法	1.55	1.41	1.30	1.30	1.12
解析式（5-1）的结果	1.90	1.66	1.46	1.29	1.15

5.1.2　应力状态方法与有限元强度折减法的计算结果比较

由于算例中没有土体边坡的应力状态系数，根据本书第 4 章所提出的边坡应力状态参数的变化范围，假设在算例中使用 Jakey 的经验公式 $K=1-\sin\varphi$ 代入解析式

$$F_s(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)} \tag{5-1}$$

计算出各个边坡角度对应的安全系数值，见表 5-1。

选取表 5-1 中 DP1、DP2、DP4 和 Spencer 法对应计算的安全系数，描绘成边坡安全系数与坡角之间的关系曲线，如图 5-1 所示。

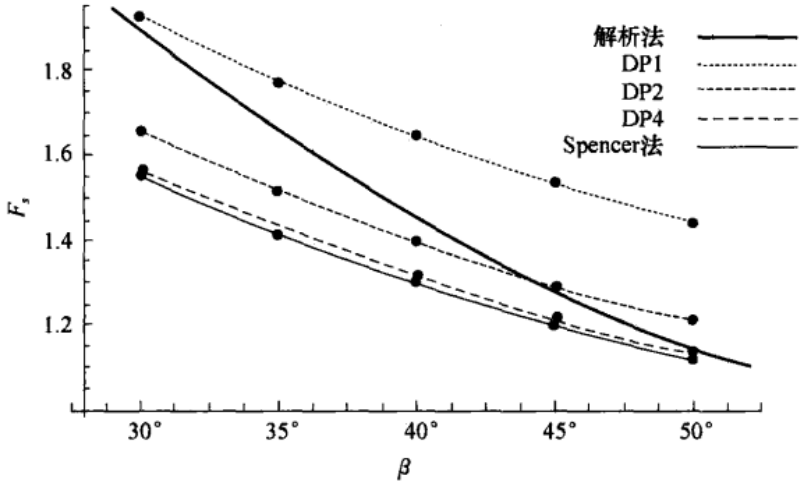


图 5-1 边坡稳定安全系数的对比

有限元强度折减方法计算边坡的稳定安全系数的离散点，在图 5-1 中标出相应位置，用虚线或细直线连接，在图中绘制［30°，50°］内解析式（5-1）对应的曲线图，并用粗线条表示。

5.1.3 结果分析

从图 5-1 中，可以得出如下结论：

（1）当边坡土体材料一定时，即土体的力学参数一定，边坡的几何参数高度不变，边坡坡角增加时，边坡的稳定安全系数随着坡度 β 的增加而减小，曲线为一递减函数，符合边坡稳定的一般规律。

（2）由边坡稳定分析应力状态方法的解析解公式（5-1）计算所得到的边坡安全系数是一光滑的曲线，与有限元强度折减方法的各类强度准则不同得到边坡安全系数值相对比，有限元强度折减方法分析得到的安全系数的数值随采用的强度准则不同，其安全系数的数值分布在解析解数值曲线的两侧。

（3）在 45°、50°时，解析公式所得到的安全系数数值与 DP4、DP5 强度准则的分析数值及极限平衡 Spencer 法数值相比，其差别在 3%以内。

（4）解析解得曲线从安全系数的定义应用工程实际的要求来说，

具有可靠性，不需要软件支撑，且计算方便。

从与算例对比可以看出，解析式（5-1）可以较好地描述出各个角度的安全系数，由于不需要商业软件和计算软件的支撑，极大地减少计算分析的工作量，并能够满足工程上的需要。

5.2　对极限坡高、坡角的计算

由岩土边坡稳定分析的应力状态方法得到的极限坡高公式为

$$H_{cr}(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\frac{2c\cos\varphi}{\gamma[(1-\sin\varphi)-K(1+\sin\varphi)(1-\sin^2\varphi)]} \tag{5-2}$$

应用 5.1.1 小节的算例条件（参考文献［1］的已知条件），以及式（5-2）所建立的边坡应力状态参数和极限坡高的对应关系（其中坡角 β 取 30°，35°，40°，45°，50°），将对应的曲线作于图 5-2 上，建立边坡应力状态参数 K 与极限坡角 H_{cr} 的函数关系。

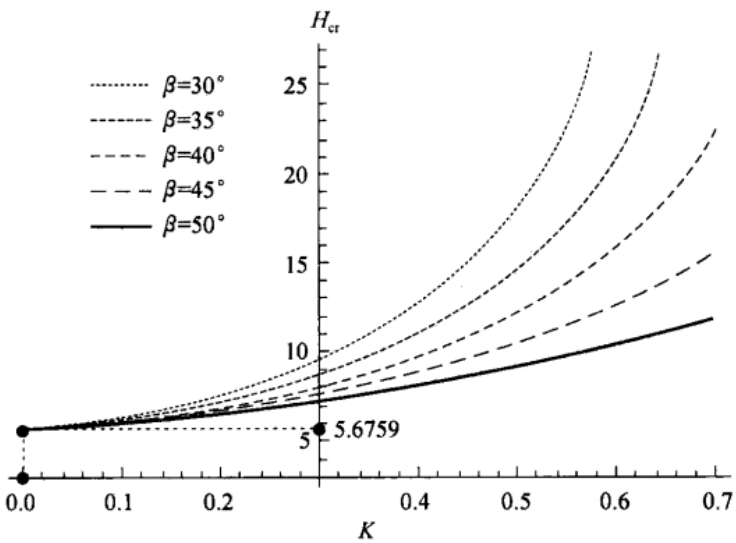


图 5-2　边坡应力状态参数与极限坡高的关系

图 5-2 反映了土体固结影响下的边坡应力状态参数、应力系数对极限坡高的影响。可以看出，极限坡高随着坡角的增加而减小，而边

坡应力状态参数的大小变化对极限坡高的影响至关重要。这说明了边坡稳定应力状态方法既反映了岩土体的本身综合性质，也体现了边坡稳定安全系数变化根本特征，进而全面体现了岩土边坡稳定的基本特征。

图 5-2 所有的解析曲线，在边坡应力状态参数 $K=0$ 的情况下，都相交于一点，该点的极限坡高数值为 5.6759m，这与极限分析的理论值是一致相同的。极限坡高的数值变化幅值取决于边坡应力状态参数 K——对边坡特征、岩土土性及固结过程的全面响应，检验、控制着边坡稳定变化的根本规律。

5.3 极限坡角公式应用分析

由岩土边坡稳定分析的应力状态方法得到的极限坡角公式为

$$\beta_{cr}(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\arcsin\sqrt{\frac{\gamma H[K(1+\sin\varphi)-(1-\sin\varphi)]-2c\cos\varphi}{K\gamma H(1+\sin\varphi)}} \tag{5-3}$$

应用 5.1.1 小节的算例条件（参考文献［1］的已知条件），其中应力系数范围选取在 0.4～1.0 之间，应用式（5-3），将计算结果表述于对应的曲线，如图 5-3 所示，得到边坡应力状态参数 K 与极限坡角

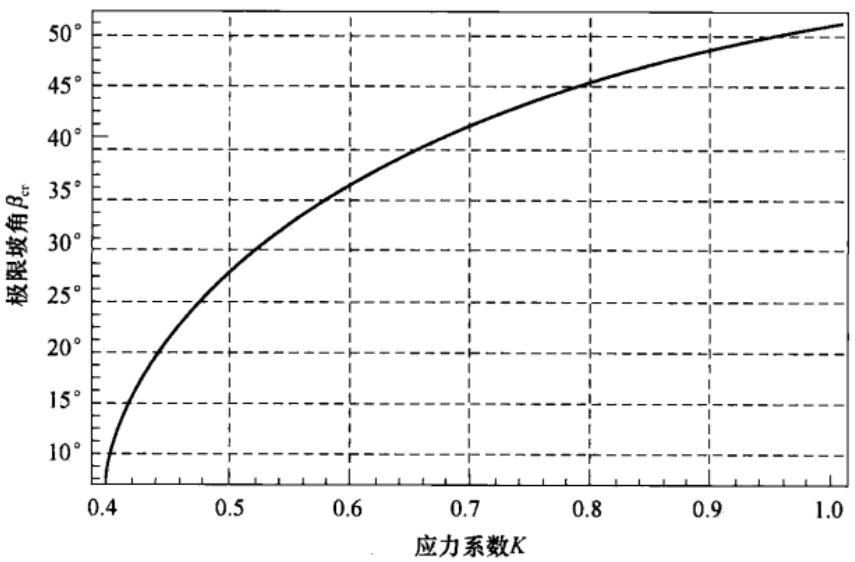


图 5-3 应力系数变化范围内对应的极限坡角

数 β_{cr} 之间的数值变化关系。

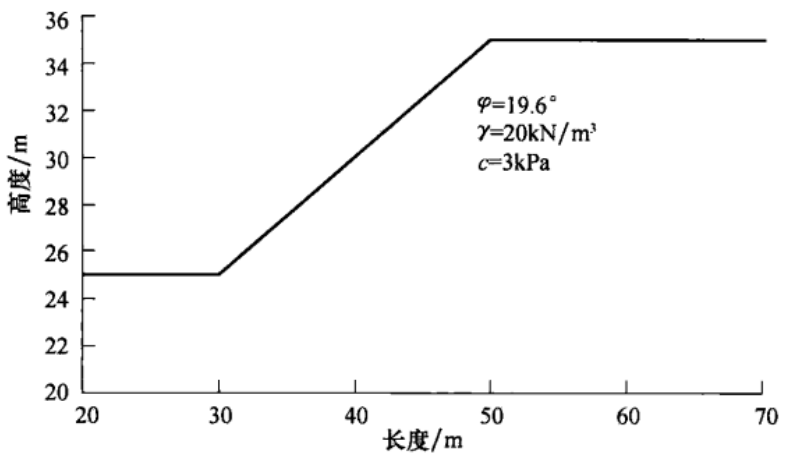
如图 5-3 所示，在坡高为定值的条件下，极限坡角与边坡应力状态的变化的具体数值和幅值经过比较，依然可以得出岩土体固结影响下的边坡应力状态参数对极限坡角的影响。也可以看出，极限坡角随着边坡应力状态参数的增加而增加、减小而减小，而边坡应力状态参数的大小变化对极限坡角的影响也十分重要。这说明了边坡稳定应力状态方法既反映了岩土体的本身综合性质，也体现了边坡稳定安全系数变化根本特征，进而全面体现了岩土边坡稳定的基本特征和根本变化规律。

5.4　典型算例的分析

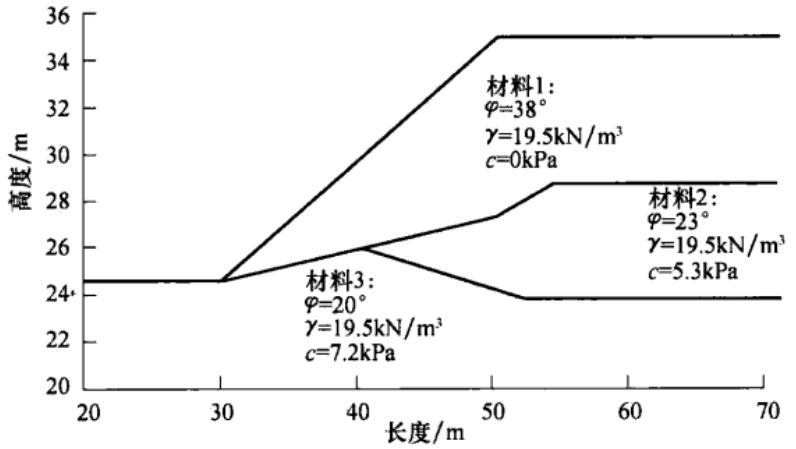
5.4.1　边坡稳定分析考核算例[2]

该算例为澳大利亚计算机应用协会委托 Monash 大学设计的边坡稳定考核题目 1（a）和 1（c），模型的几何尺寸和材料特性见图 5-4。算例 1（a）为均质边坡，算例 1（c）为非均质边坡，按照实际土层材料 3 对其进行简化，简化为，$c=7.2\text{kPa}$，$\varphi=20°$，$\gamma=19.5\text{kN/m}^3$，计算时认为是均质土坡。

文献［2］运用条分法边坡稳定分析程序得到的裁判答案 $F_s\leqslant 1$，对两个算例的安全系数进行了计算，运用公式（5-1），并给出 $K=K_a$



（a）算例1（a）的几何尺寸和材料特性



(b)算例1(c)的几何尺寸和材料特性

图 5-4 考核算例的几何尺寸和材料特性

和 $K=K_0$ 时的计算结果作为比较，结果列于表 5-2。

表 5-2 考核算例计算结果的比较

	裁判程序答案汇总		解析式（5-1）安全系数	
			$K=K_a$	$K=K_0$
算例 1（a）	裁判答案	1.000	0.926	1.162
	SSA（Baker）	1.000		
	STAB（Chen）	0.991		
	Fredlund	0.990		
算例 1（c）	裁判答案	1.390	1.076	1.340
	SSA（Baker）	1.390		
	STAB（Chen）	1.385		
	Fredlund	1.406		

由于考核例题并非真实的土坡，我们用公式 K_0 或者 K_a 来计算边坡稳定安全系数的数值，见式（5-1）。

计算时把例题的坡高和坡脚直接代入极限坡高或者极限坡脚，如果求得 $K_a \leqslant K \leqslant K_0$，即可认为土坡处于极限平衡状态。计算结果列于表 5-3，其中

$$K=\frac{(1-\sin\varphi)-\dfrac{2c\cos\varphi}{H\gamma}}{\cos^2\beta(1+\sin\varphi)} \tag{5-4}$$

表 5-3　边坡应力状态参数反算对比

算　例	土压力系数		
	K_a	K_0	反算得到的 K
1（a）	0.4976	0.6145	0.5959
1（c）	0.4903	0.6080	0.5486

5.4.2　边坡坡面简化分析算例[3]

某一均质土层、坡面形状复杂的高边坡，坡体几何尺寸见图 5-5，将其简化为单一坡面的均质坡体，并把坡脚用边坡比表示，重度、黏聚力、内摩擦角、坡度及坡高参数等分别为 $\gamma=18\text{kN/m}^3$，$c=15\text{kPa}$，$\varphi=35°$，$\tan\beta=\dfrac{1}{2}$。

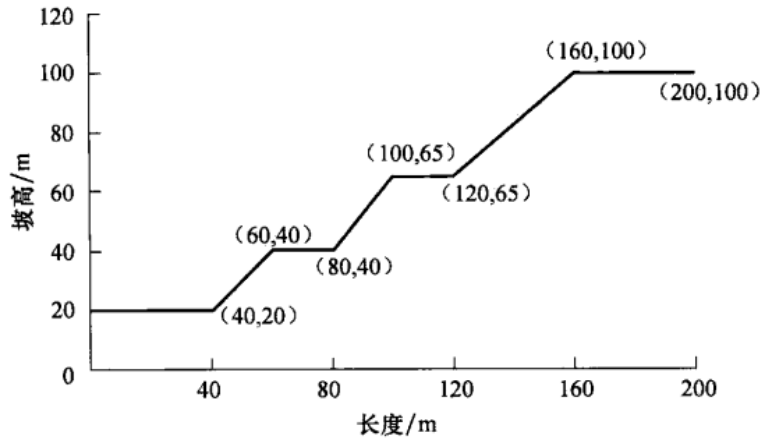


图 5-5　边坡几何特征

文献应用 Bishop 公式及遗传算法计算给出的 10 个滑动面对应的安全系数为 1.1037～1.1040。对算例的安全系数运用公式（5-1）进行计算，计算时取 $K=K_a$，并给出 $K=K_0$ 时的计算结果作为比较，结果见表 5-4。

表 5-4　算例边坡稳定分析安全系数数值的结果比较

	文献的计算结果	应用解析式（5-1）的计算结果	
		$K=K_a$	$K=K_0$
算例 3	1.1037～1.1040	1.141	1.363

由于例题并非真实的土坡，我们可以用式（5-3）或者式（5-1）来计算系数 K 的值，计算时把例题的坡高和坡脚直接代入极限坡高或者极限坡脚，计算结果列于表 5-5。如果 $K_a \leqslant K \leqslant K_0$，$\beta \geqslant \beta_{cr}$时，即可认为土坡处于极限平衡状态或非稳定状态。

表 5-5 反算系数 K

项 目	边坡应力状态参数		
	K_a	K_0	反算得到的 K
算例	0.2710	0.3764	0.3254

5.4.3 工程算例[4]

申苏浙皖高速公路（浙江段）李家巷镇，桩号为 K44 处的路堑边坡位于丘陵北侧斜坡，地形坡度 25°～30°，丘陵相对地形高差 230m，边坡开挖高度约 57m，边坡表面覆盖有碎石土，下伏基岩为上泥盆统五通组细砂岩、粉砂岩夹薄层泥岩。

算例为其中的 K44＋460～K44＋560 边坡段，并予以简化为均质土坡，边坡的几何尺寸见图 5-6，边坡材料性质见表 5-6，简化后的计算几何尺寸见图 5-7。文献通过 MSARMA 法计算边坡稳定系数，运用公式（5-1）解析解公式计算，并给出 $K=K_a$ 和 $K=K_0$ 时的计算结果作为比较，结果列于表 5-7。可以看到，本书的计算结果较为安全。

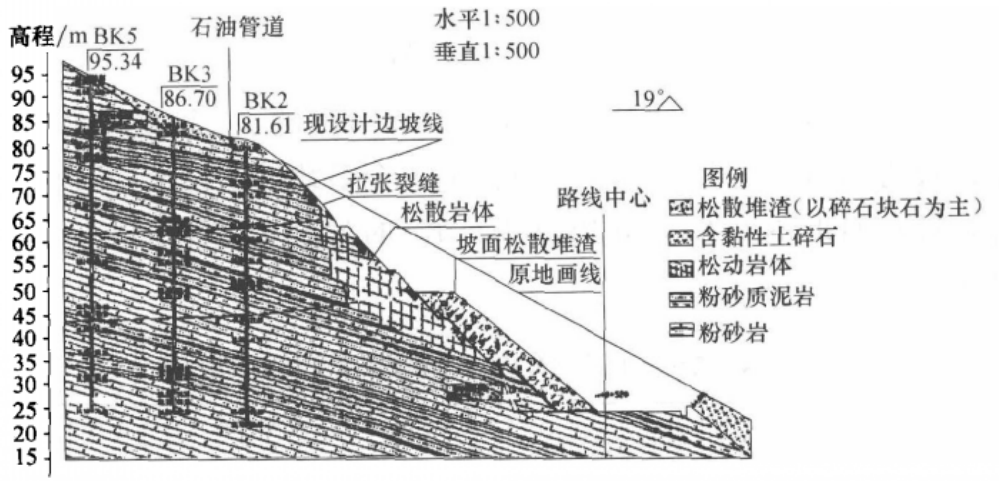


图 5-6 K44＋460～K44＋560 边坡 1-1′工程地质断面

表 5-6　边坡材料特性

黏聚力/kPa	重度/(kN/m³)	内摩擦角/(°)
30	24	15

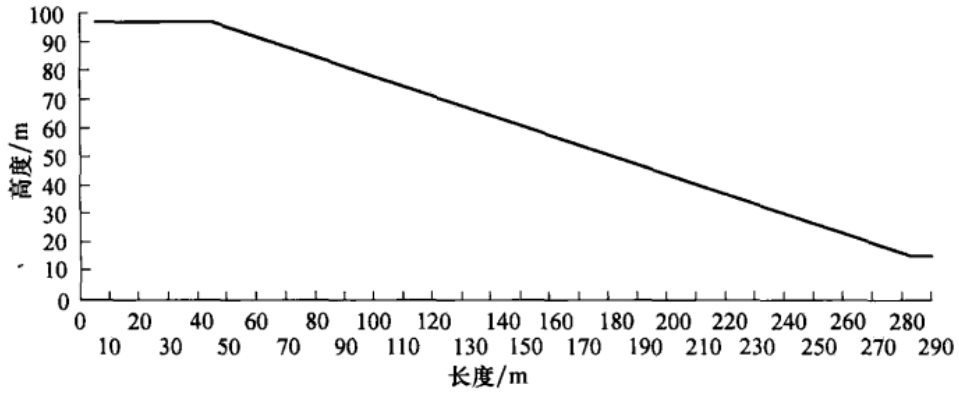


图 5-7　K44+460～K44+560 边坡计算简化图形

表 5-7　安全系数比较

文献值	本书结果	
0.8326	非极限状态	极限状态
	1.294	0.992

边坡为实际土坡，坡脚 26.6°，坡高为 82m，将其分别代入式（5-2）和式（5-3），计算得极限坡高为：$H_{cr}=53.03$m，且 $F_s=1.006$；极限坡脚为：$\beta_{cr}=25.25°$。

5.4.4　实际边坡分析集合算例

参考文献［4］列举了边坡稳定分析实例，采用假定圆弧滑动分析方法得到边坡稳定安全系数，依据所提供的边坡的物理、力学等 5 个参数，应用本应力状态方法的解析公式（5-1）进行计算并与其进行对比，结果见表 5-8。

表 5-8　安全系数解析公式与圆弧滑动法分析边坡实例比较

编号	重度 /(kN/m³)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	边坡角 β/(°)	边坡高度 H/m	安全系数 F_s	式（5-1）计算的 F_s	边坡稳定实际状态
1	12.00	0.00	30.00	35.0	8	0.86	0.91	滑坡
2	23.47	0.00	32.00	37.0	214.00	0.87	0.93	滑坡

续表

编号	重度 /(kN/m³)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	边坡角 β/(°)	边坡高度 H/m	安全系数 F_s	式（5-1）计算的 F_s	边坡稳定实际状态
3	16.00	70.00	20.00	40.0	115.00	0.89	0.87	滑坡
4	25.00	120.00	45.00	53.0	120.00	1.37	1.30	稳定
5	18.84	57.46	20.00	20.0	30.50	2.14	1.63	稳定
6	29.44	29.42	35.00	35.0	100.00	1.24	1.06	稳定
7	28.44	39.23	38.00	35.0	100.00	1.42	1.14	稳定
8	14.80	0.00	17.00	20.0	50.00	0.95	0.88	滑坡
9	14.00	11.97	26.00	30.0	88.00	1.06	0.95	滑坡
10	27.30	10.00	39.00	40.0	470.00	1.03	1.06	稳定
11	26.00	150.00	45.00	30.0	200.00	2.29	1.43	稳定
12	22.40	10.00	35.00	30.0	10.00	1.90	1.28	稳定
13	22.00	20.00	36.00	45.0	50.00	1.07	1.03	滑坡
14	12.00	0.00	30.00	45.0	8.00	0.60	0.81	滑坡
15	31.30	68.00	37.00	49.0	200.50	0.90	0.98	滑坡
16	27.00	40.00	35.00	47.1	292.00	0.80	0.92	滑坡
17	27.30	10.00	39.00	40.0	480.00	1.03	1.06	稳定
18	31.30	68.60	37.00	47.0	305.00	0.89	0.98	滑坡
19	31.30	68.00	37.00	47.0	213.00	0.93	1.00	滑坡
20	18.84	14.36	25.00	20.0	30.50	1.75	1.14	稳定
21	21.40	10.00	30.34	30.0	20.00	1.43	1.09	稳定
22	20.00	20.00	36.00	45.0	50.00	1.09	1.02	滑坡

参考文献［5］给出了国内外各类矿山及岩土工程中潜在的或滑动破坏模式为圆弧形滑落的稳定边坡和失稳破坏边坡实例，极限平衡分析方法计算的安全系数，依据所提供的岩土体的物理力学性质参数，应用本应力状态方法的解析公式（5-1）进行计算并与其进行对比，结果见表 5-9。

表 5-9 安全系数解析公式与极限平衡法分析边坡实例比较

编号	重度 γ /(kN/m³)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	边坡角 β/(°)	边坡高度 H/m	安全系数 F_s	式（5-1）结果 F_s	边坡状态
1	19.68	26.34	15	35	5.23	1.11	1.75	破坏
2	16.5	11.49	0	30	3.66	1	1.04	破坏
3	18.84	14.36	25	20	30.5	1.88	1.14	稳定
4	18.84	57.46	20	20	30.5	2.05	1.63	稳定

续表

编号	重度 γ /(kN/m³)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	边坡角 β/(°)	边坡高度 H/m	安全系数 F_s	式 (5-1) 结果 F_s	边坡状态
5	28.44	29.41	35	35	100	1.78	1.06	稳定
6	28.44	39.23	38	35	100	1.99	1.14	稳定
7	20.6	16.28	26.5	30	40	1.25	1.01	破坏
8	14.8	0	17	20	50	1.13	0.88	破坏
9	14	11.97	26	30	88	1.02	0.95	破坏
10	25	120	45	53	120	1.3	1.30	稳定
11	26	150.05	45	50	200	1.2	1.28	稳定
12	16	70	45	40	115	1.11	1.39	破坏
13	20.41	24.9	20	22	10.67	1.4	1.68	稳定
14	19.63	11.97	13	22	12.19	1.35	1.22	破坏
15	21.83	8.62	20	28	12.8	1.03	1.01	破坏
16	20.41	33.52	32	16	45.72	1.28	1.32	破坏
17	18.84	15.32	11	25	10.67	1.63	1.38	稳定
18	18.84	0	30	20	7.62	1.05	1.02	破坏
19	21.43	0	20	20	61	1.03	0.92	破坏
20	19.06	11.71	20	35	21	1.09	0.90	破坏

注：应力状态参数取下限值，即 $K=\tan^2\left(45°-\frac{\varphi}{2}\right)$。

表 5-8、表 5-9 的边坡安全系数的对比结果表明，在边坡各物理、力学参数不变的条件下，应力状态方法的边坡稳定安全系数，比其现行的边坡稳定分析方法的计算结果能更好地反映实际边坡所处的不同状态，因为它来自的数学力学模型严密，使用解析公式，并具有极大的简便性。

5.5　本章结论

本章依据第 2、3 章内容与第 4 章所建立的边坡稳定分析的数学力学模型和得到的解析解系列，称为边坡稳定分析的应力状态方法[6,7]。

选用各类边坡稳定分析的算例，应用边坡稳定分析的应力状态方法的解析公式，得到的计算结果与各类条分法、有限元强度折减法、遗传算法等其他方法的分析结果相比较，其数值上具有可靠性，因为应力状

态方法具有严格的数学力学模型支撑，而且解析式应用十分方便，不需要依靠程序设计和应用软件的支持，极大地减少了复杂的劳动。

参 考 文 献

[1] 郑颖人，赵尚毅，邓楚键，等. 有限元极限分析法发展及其在岩土工程中的应用. 中国工程科学，2006，8 (12)：39—61.

[2] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序. 北京：中国水利水电出版社，2003.

[3] 吕文杰，李晓军，朱合华，等. 基于遗传算法的边坡稳定分析通用算法. 岩土工程学报，2005，27 (5)：595—599.

[4] 李明，丁德馨. 圆弧滑动边坡稳定性分析的神经网络方法. 路基工程，2005，25 (2)：1—5.

[5] 李思平，孙连英. 基于非线性理论的边坡稳定性评价模型. 水文地质工程地质，2002，(2)：11—14.

[6] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8 (12)：84—88.

[7] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12 (1)：52—60.

第 6 章　边坡稳定分析应力状态方法参数敏感性分析

由于岩土体组成的复杂性，包括其多样性、变异性和区域性，带来了岩土边坡土体构成的复杂性，同时增加了实际边坡稳定分析的复杂性。当边坡稳定分析的数学物理参数的建立确定所得到的解析解应用时，还应该研究边坡稳定分析应用参数的复杂性和敏感性。

在解决土体组成的复杂性方面，应用土体三相系构成原理，大大简化了对组成物质复杂的困难性研究，使得土体组成实用的物理参数化，这些物理参数用于构成土体边坡的稳定分析，具体有土体的天然重度、饱和重度、干重度、含水率、饱和度、孔隙比、孔隙率等；在岩土边坡稳定性分析时，岩土体材料的力学参数主要有重度、抗剪强度参数凝聚力、内摩擦角和孔隙水应力及系数等。

一般岩土体边坡，对于其稳定分析，现各类分析方法所应用的岩土体的物理力学参数主要有岩土体的重度和抗剪强度参数的凝聚力、内摩擦角，边坡的几何参数如坡高、坡角等 5 个参数。研究非稳定和滑坡的发展过程所涉及的参数在当前主要是参数的变化，环境条件下各参数的变化对边坡稳定的敏感性是科学可行的方法。

基于边坡稳定分析应力状态方法对边坡的稳定安全计算的解析公式，增加了一个应力状态参数，涉及 6 个计算参数的使用[1,2]。对于任意实际工程边坡，也就是一个特定的边坡，其中 6 参数中的 2 个几何参数坡高 H 和坡角 β 一般不变；在外界条件和时间的影响下，边坡的物理力学参数：土的重度 γ，黏聚力 c 和内摩擦角 φ，边坡应力状态参数 K 是变化的，其安全系数是动态变化的，其受 4 个力学参数的变化而发生变化[3]。

边坡稳定分析使用岩土体的参数中的重度、黏聚力和内摩擦角变化，受实际岩土体组成的不均匀性、采样的随机性而变化，其测试过程

和结果分析已有相关测试试验技术标准和规范作指导，本章不再叙述。

本章以边坡稳定分析的应力状态方法解析公式为依据，对 4 参数的波动变化的范围对边坡安全系数的影响作敏感性的初步分析，以期为进一步研究提供参考。

各参数的敏感性分析过程中，由于多参数变化的共同分析是十分复杂的。为了简便起见，基于单一参数变化，其他参数不变为条件，对边坡稳定安全系数变化作基本说明。

6.1 岩土体的重度变化对边坡稳定安全系数的敏感性分析

以算例边坡的实际几何形状不变，即坡角和坡高不变，岩土体重度参数变化，坡体材料的抗剪强度参数不随之变化，进行边坡的稳定安全的敏感性分析。

6.1.1 重度变化的敏感性

当边坡在环境条件影响下，坡体岩土材料的重度发生变化时，又重度有天然重度的变化可能的范围是干重度的极端情况及饱和重度的情况下，边坡稳定安全的敏感性，有解析公式（6-1）。

$$F_s(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)} \tag{6-1}$$

可得

$$F_s(\gamma)=\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right] \tag{6-2}$$

式（6-2）反映了岩土边坡由于岩土组成材料的重度变化对边坡稳定安全系数的影响变化，是由一个常值与一个随重度变化值的相加组成边坡稳定安全系数的变化。

$$\frac{\partial F_s}{\partial\gamma}=\frac{\partial}{\partial\gamma}\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right]$$

$$= \frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{-4c}{H(1-K\cos^2\beta)}\right] \tag{6-3}$$

当$\frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{-4c}{H\ (1-K\cos^2\beta)}\right]>0$时，边坡稳定安全系数随岩土体重度增加而增大；当$\frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{-4c}{H\ (1-K\cos^2\beta)}\right]<0$时，边坡稳定安全系数随岩土体重度增加而减小。

6.1.2　重度变化的敏感性影响算例

结合 5.1.1 节分析算例的边坡数据，设边坡岩土土体重度变化在 18～22kN/m³ 范围内，其他参数，如黏聚力 $c=42$kPa，内摩擦角 $\varphi=17°$，坡高 $H=20$m，应力系数 K 与取 Jakey 的经验公式 $K=1-\sin\varphi$。土坡坡角在 30°，35°，40°，45°，50°，55°与边坡稳定的安全系数 F_s 之间的关系，分别见图 6-1～6-7。

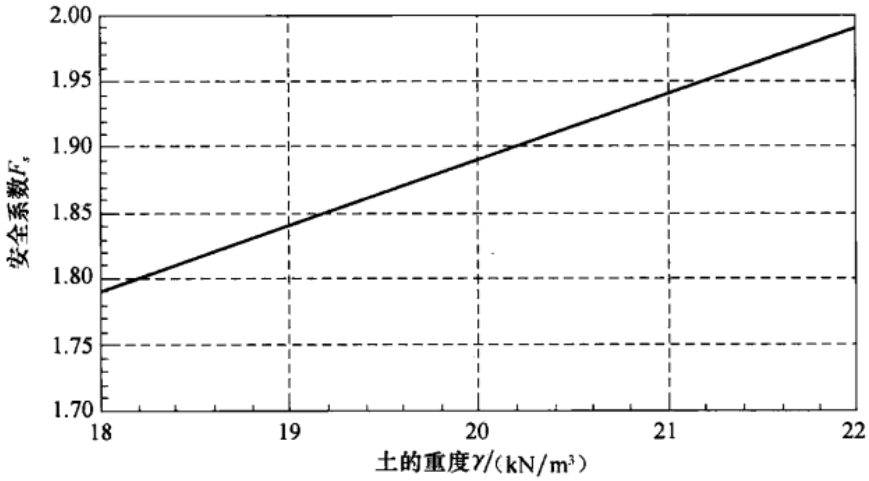


图 6-1　$\beta=30°$时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

从图 6-1～6-7 可以看出，该分析算例中，边坡稳定安全系数随重度增加而增大，只有在坡角为 55°，重度小于 18.4kN/m³ 时，边坡稳定安全系数小于 1。

图 6-1～6-7 中，坡角小于 45°时，土坡的安全系数普遍大于 1.3，岩土土体的重度变化对于边坡的稳定安全系数影响不大，趋于一条相

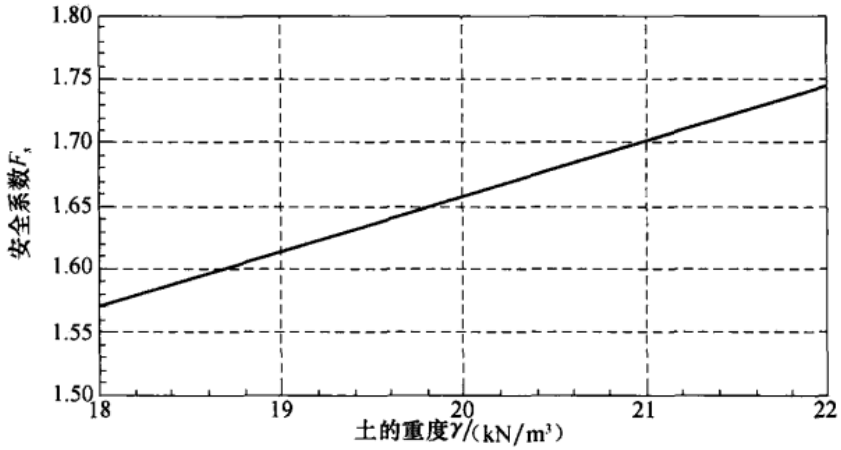


图 6-2 β=35°时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

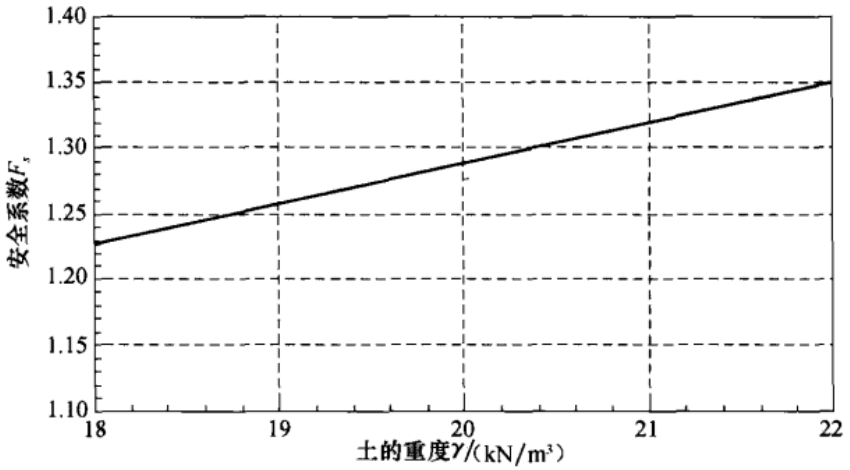


图 6-3 β=40°时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

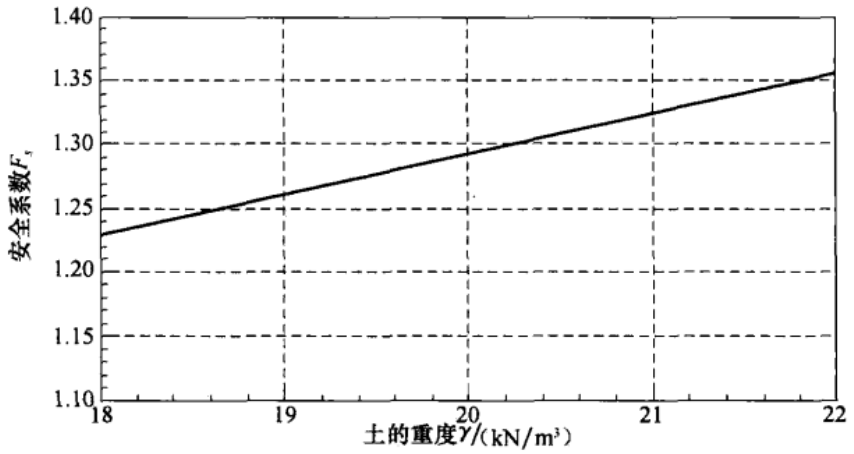


图 6-4 β=45°时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

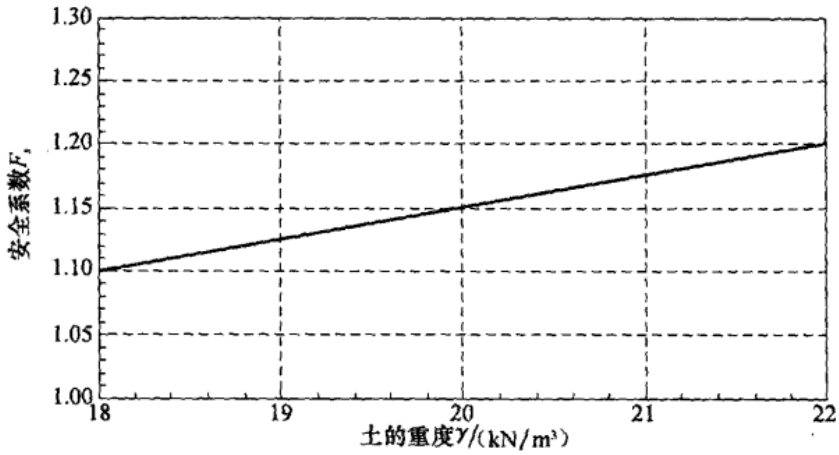


图 6-5　β=50°时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

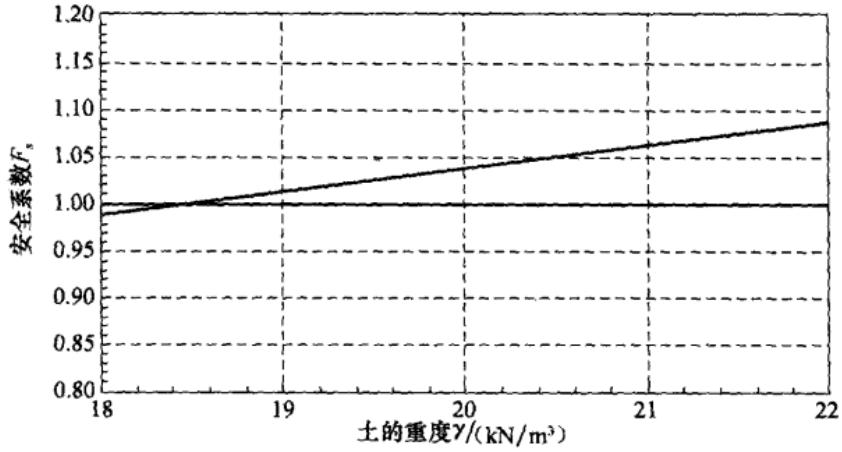


图 6-6　β=55°时边坡安全系数随 γ 变化的敏感性曲线

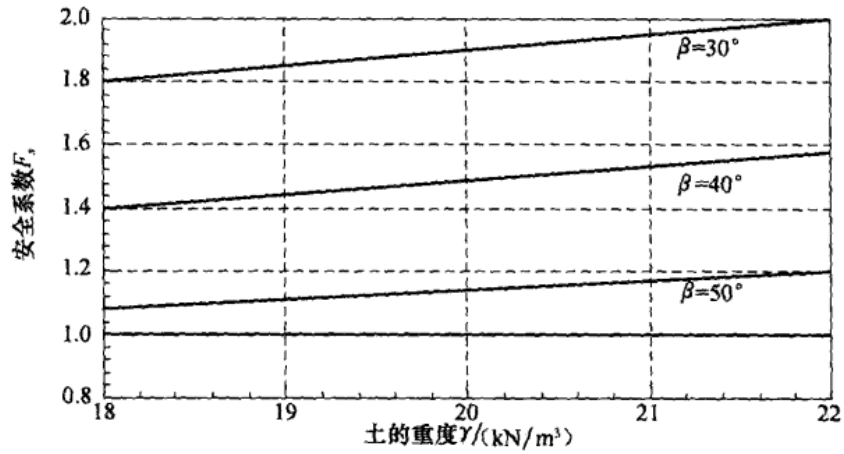


图 6-7　不同坡角时边坡安全系数变化的敏感性比较

对平缓的斜直线。例如，在坡角 30°时，重度变化的范围内，安全系数在 1.8 与 2.0 之间；坡角 35°时，安全系数在 1.38 与 1.54 之间；在大于 50°时，安全系数的变化值更趋于平稳，总体变化的幅值小于 10%；坡角大于 50°时，处于稳定与失稳之间。土的重度越小，土坡越趋于失稳状态。

如果边坡部分浸水，此时要考虑水的因素对边坡的影响，地下水土的重度应该按有效重度来考虑。一般地，由土力学的知识可知，土体重度在数值上取饱和重度，而有效重度要小，安全系数相对也应该减小，这一点在图中也能够得到体现。

6.2 内摩擦角变化对边坡稳定安全系数的敏感性分析

岩土体材料作为剪切材料，按库仑强度定律，其强度的参数是内摩擦角和凝聚力，在边坡稳定分析中是重要的参数。在进行强度参数变化对边坡稳定分析的安全系数影响时，不考虑由于试验仪器不同、试验方法不同，而以数据处理所得到的参数不同为前提，进行敏感性分析。

6.2.1 内摩擦角变化的敏感性

当边坡在环境条件影响下，边坡几何参数不变，即坡高、坡角不变，如坡体岩土材料重要抗剪强度参数之一的内摩擦角发生变化时，另一抗剪强度参数——天然重度不变。分析边坡稳定安全的敏感性，由公式（6-2）得到

$$F_s(\varphi)=\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right] \tag{6-4}$$

由式（6-4）可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_s}{\partial\varphi}&=\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right]\\&=\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\frac{1}{\cos^2 2\varphi}>0\end{aligned} \tag{6-5}$$

显然，当其他参数不变时，边坡稳定安全系数随岩土材料的内摩

擦角的增加而增大。

6.2.2　内摩擦角变化的敏感性算例

结合 6.1.2 节所引用的分析算例，内摩擦角变化由 17°到可能的范围为 10°～18°，进行边坡稳定安全系数的灵敏度分析，见图 6-8。

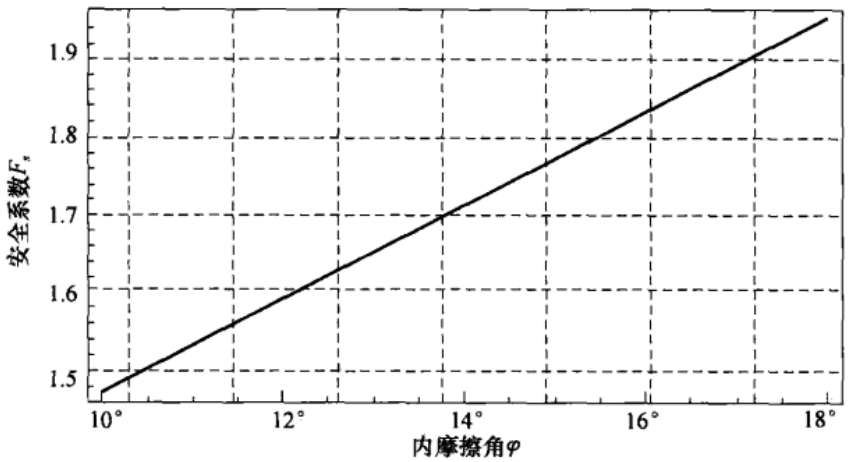


图 6-8　β=30°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

图 6-8～6-14 表示边坡坡角分别在 30°，35°，40°，45°，50°，55°与边坡的安全系数 F_s 敏感性关系，其他参数如黏聚力、应力系数 K 如前所述不变。图 6-14 为坡角 30°，40°，50°与边坡的安全系数 F_s 敏感性比较。

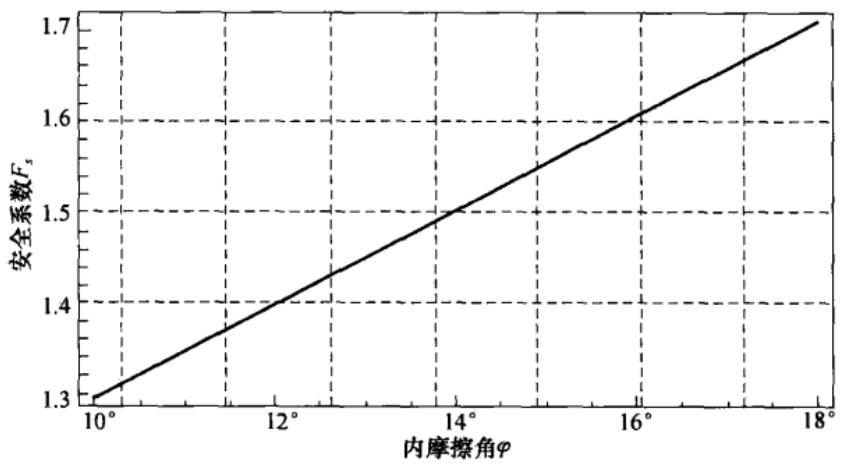


图 6-9　β=35°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

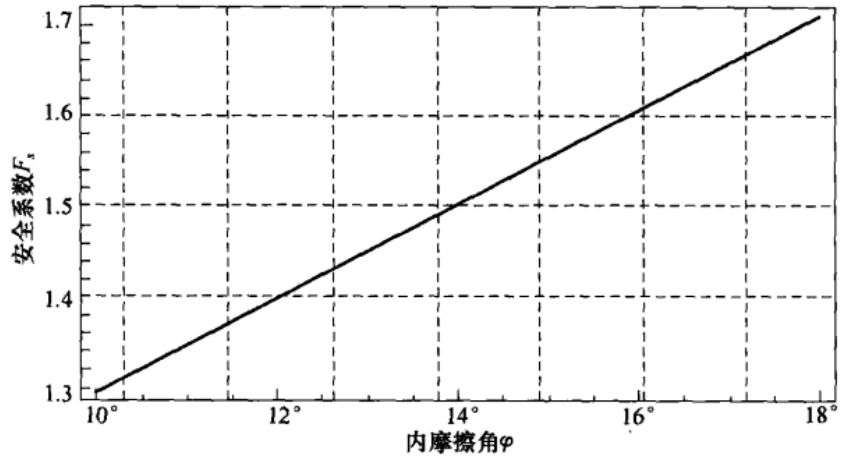


图 6-10 β=40°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

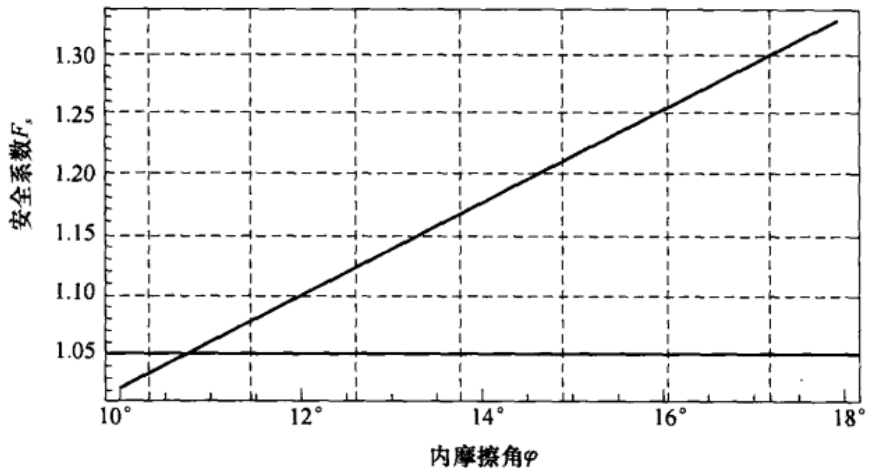


图 6-11 β=45°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

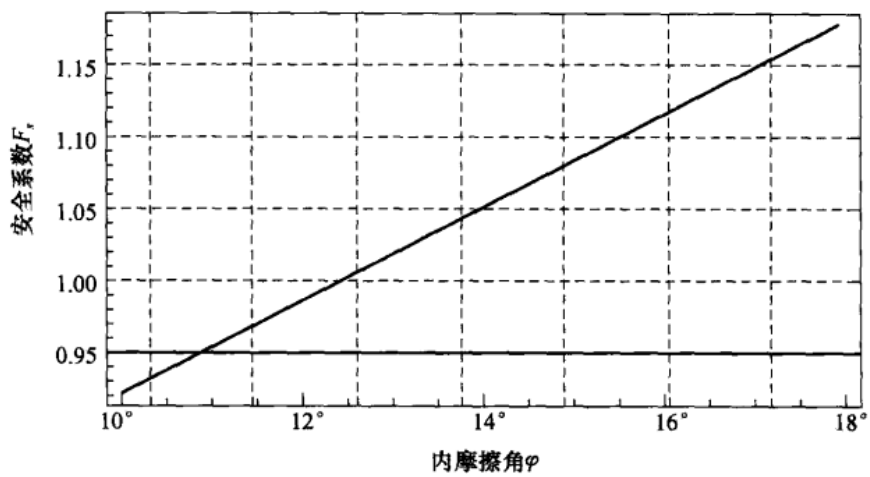


图 6-12 β=50°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

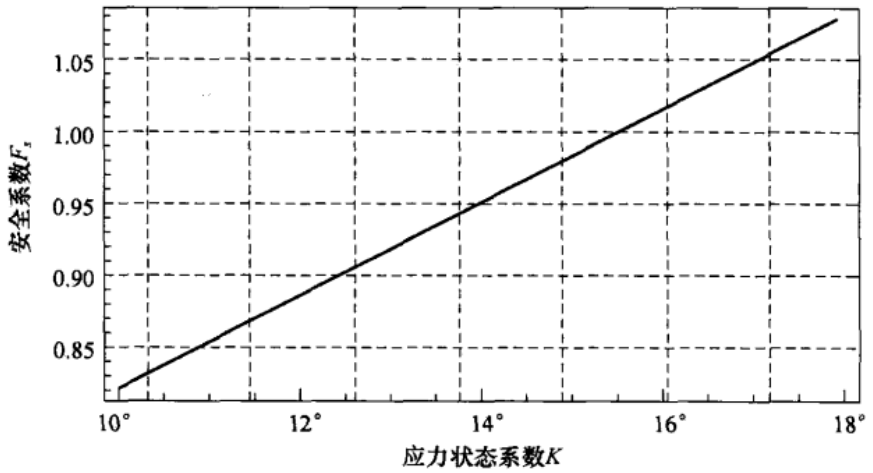


图 6-13　β=55°时 φ 对 F_s 的敏感性曲线

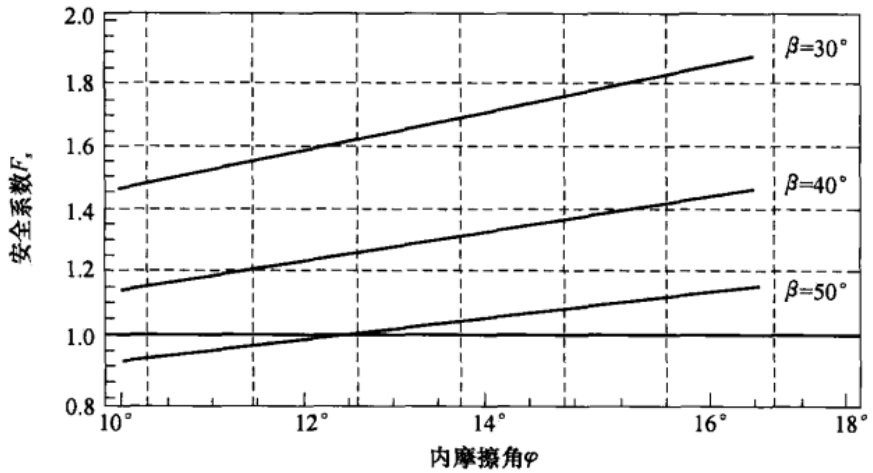


图 6-14　β 角度不同时 φ 对 F_s 的敏感性曲线比较

作为岩土抗剪强度重要指标之一的内摩擦角，其设定变化范围符合一般变化取值。它对土坡稳定的安全影响范围很大的，在土坡坡角较小的范围内，如坡角为 30°时，安全系数敏感性在内摩擦角范围内都是偏于安全的，安全系数的范围从 1.46 变化到 1.98；在内摩擦角增加 8°的范围内，安全系数 F_s 递增的敏感性幅度超过了 35%；在土坡坡角较大的范围内，如坡角在 50°的情况下，内摩擦角较小时，如图 6-14 所示，边坡的安全系数介于稳定与失稳之间。这说明：内摩擦角在同一个范围内变化时，边坡的不同坡角变化，对边坡稳定安全系数影响

至关重要。在内摩擦角小于 14°时，边坡稳定状态根据坡角的不同存在于稳定、临界和失稳三态之间。

在实际应用上，抗剪强度的变化幅度，取决于室内测试的仪器与测试方法的选取。依据现场实际条件，对于不同工况，选用不同的抗剪强度指标，比如在总应力分析中，采用 c、φ 指标，而在有效应力分析中，采用 c'、φ' 抗剪强度指标。

6.3 凝聚力敏感性分析

6.3.1 凝聚力的敏感性影响

当边坡在环境条件影响下，边坡几何参数不变，即坡高、坡角不变。如坡体岩土材料的重要抗剪强度参数之一的内摩擦角发生变化时，另一抗剪强度参数——天然重度不变。分析边坡稳定安全的敏感性，由公式（6-4）得到

$$F_s(c)=\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right] \tag{6-6}$$

得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_s}{\partial c}&=\frac{\partial}{\partial c}\left[\frac{4c}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}+\frac{1+K\cos^2\beta}{1-K\cos^2\beta}\tan\varphi\right]\\&=\frac{4}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}>0\end{aligned} \tag{6-7}$$

显然，当其他参数不变，边坡稳定安全系数随岩土材料的凝聚力增加而增大。

6.3.2 凝聚力变化的敏感性算例

应用与 6.1.2 节的相同分析算例，黏聚力变化在 15～45kPa 范围内，进行边坡安全系数 F_s 之间的敏感性定量计算，其他参数不变，见图 6-15～6-21。

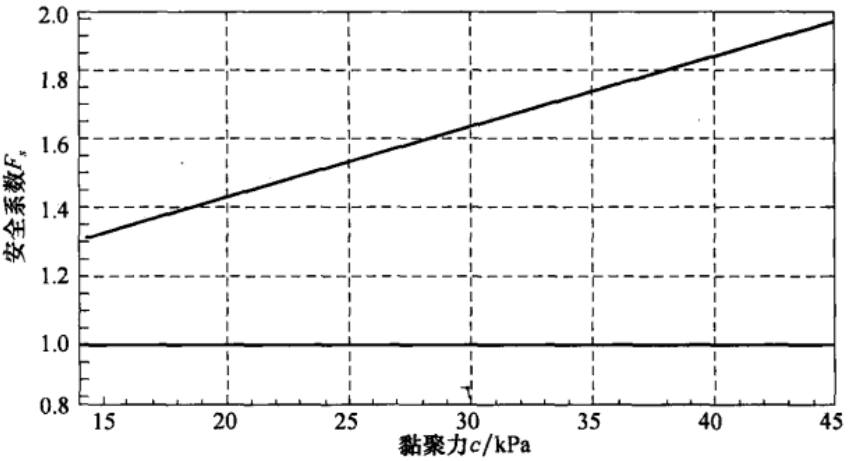


图 6-15　β=30°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

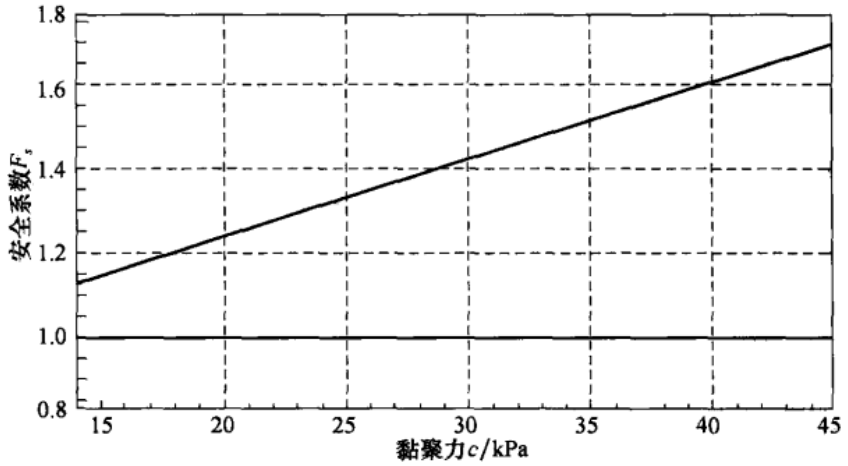


图 6-16　β=35°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

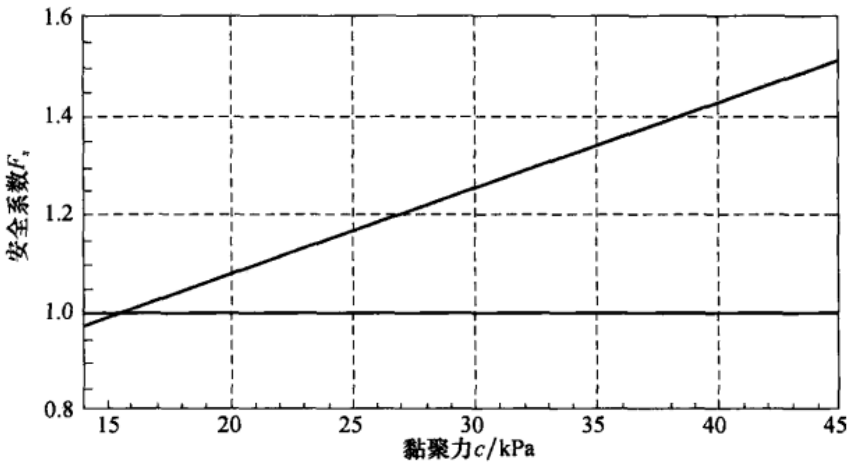


图 6-17　β=40°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

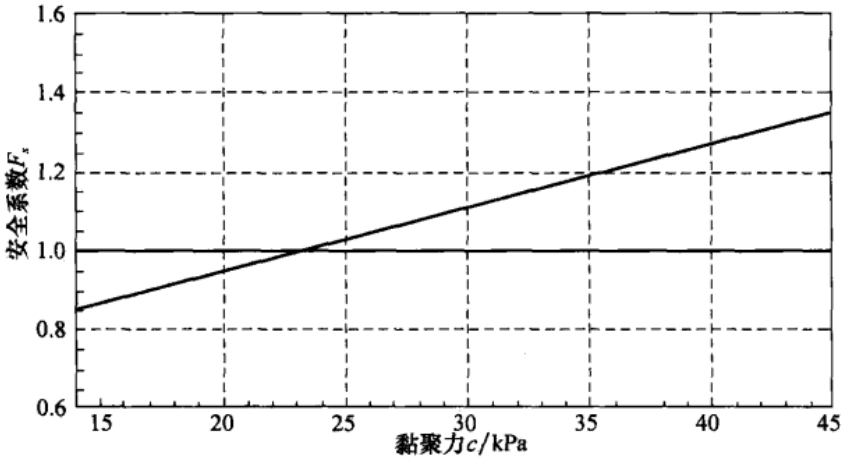


图 6-18 β=45°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

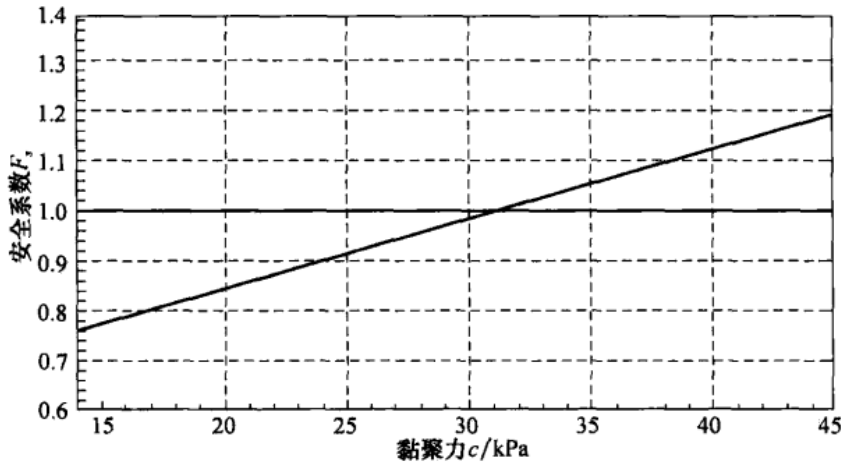


图 6-19 β=50°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

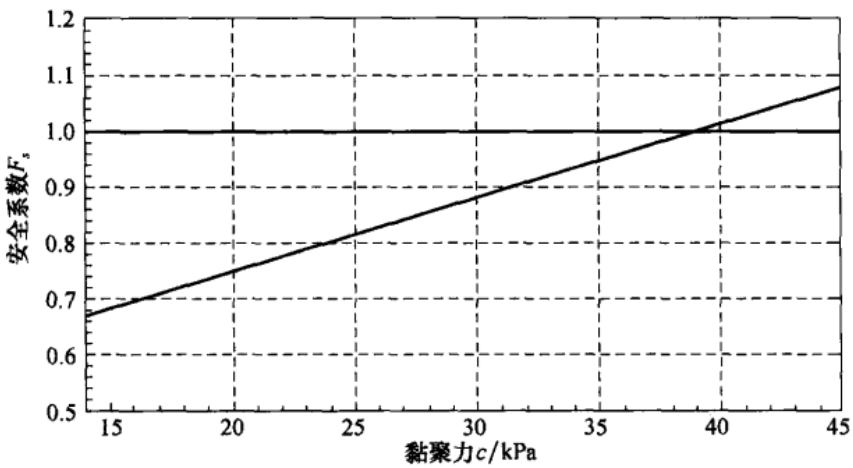


图 6-20 β=55°时 c 对 F_s 的敏感性曲线

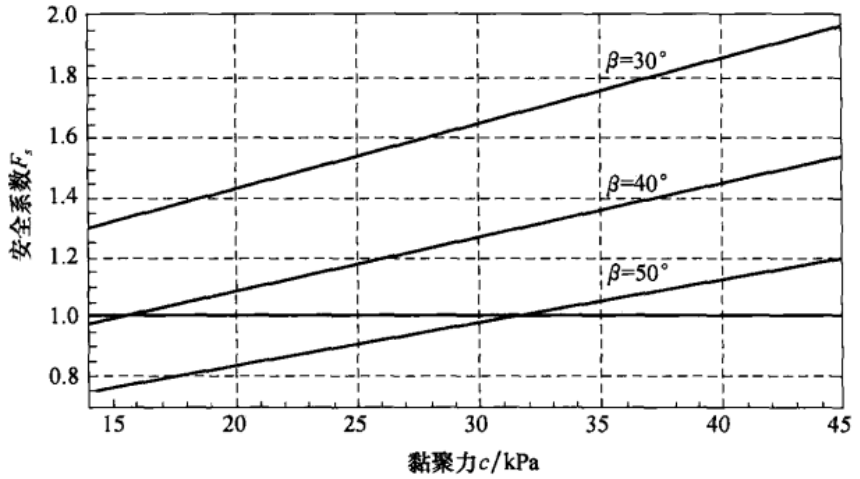


图 6-21　β=30°，40°，50°时 c 对 F_s 的敏感性曲线比较

作为土的抗剪强度之一的黏聚力 c，设定其变化范围符合一般变化范围，其对土的坡的安全系数有重要的影响，具有与 5.2.3 节内摩擦角相似的分析。

6.4　应力状态参数的敏感性分析

应力状态参数是边坡稳定分析应力状态方法的重要特征，与边坡稳定分析的各类条分方法相比，不仅仅是多了一个参数，更重要的是应力状态参数具有反映边坡作为结构形式所具有应力状态变化的概念，同时具有反映构成边坡材料的岩土土性特征的理念。一方面，边坡应力状态参数在建立边坡稳定分析应力状态方法的数学力学模型中体现了理论依据，另一方面在应用中表现的参数形式，其数值上具有理论上依据的上、下界定值。

因此，在边坡稳定分析中，应力状态参数对边坡稳定安全系数的敏感性影响是十分重要的参数形式。

6.4.1　应力状态参数的敏感性

依据公式（6-1）的形式，可得

$$F_s(K)=\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)} \tag{6-8}$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial K}=\frac{\partial}{\partial K}\left[\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)}\right] \tag{6-9}$$

$$=2\cos^2\beta\left(\frac{2c}{\gamma H}+\tan\varphi\right)\frac{1}{(1-K\cos^2\beta)^2}$$

式（6-9）表明，应力状态参数的变化，对安全系数的敏感性较大，呈二次曲线变化。

6.4.2 应力状态参数变化的敏感性算例

应用 6.1.2 节的相同分析算例，边坡应力状态参数 K 在 0.5～0.8 范围内变化，进行边坡安全系数 F_s 之间的敏感性定量计算分析，其他参数不变。计算分析结果见图 6-22～6-28。

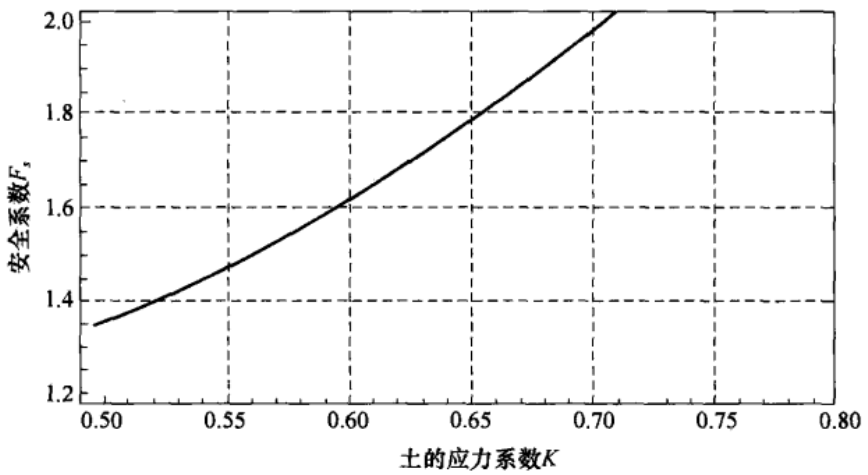


图 6-22 β=30°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

图 6-22～6-28 表示应力状态参数 K 在 0.5～0.8 设定范围内，分析边坡坡角在 30°，35°，40°，45°，50°，55°时，边坡的安全系数 F_s 之间的敏感性定量关系，其他参数变量如黏聚力、坡高、内摩擦角不变。可以看出，K 的变化对不同边坡稳定安全系数影响的灵敏度高于其他参数的灵敏度。

应力状态参数的变化对同一边坡，即边坡几何形状、材料强度不变时，其在稳定分析时对安全系数影响十分重要，决定着边坡是否具

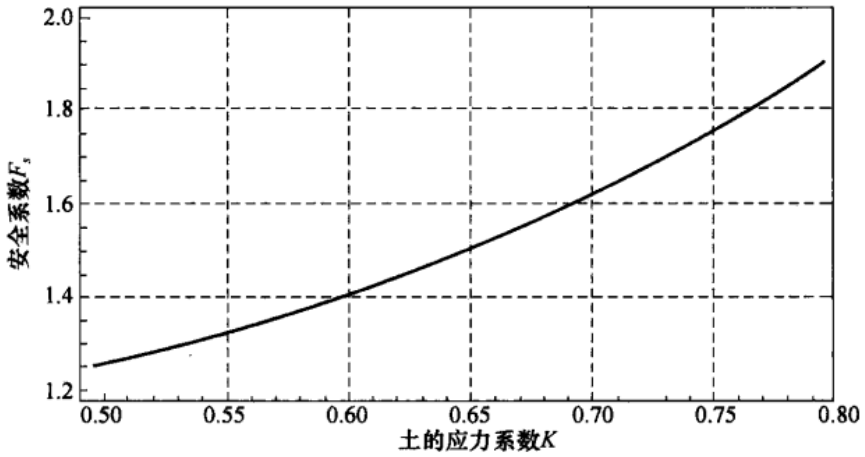


图 6-23　β=35°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

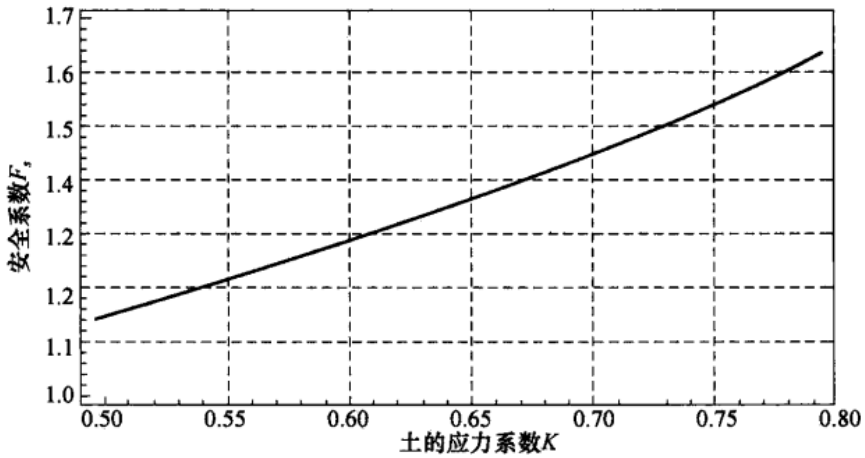


图 6-24　β=40°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

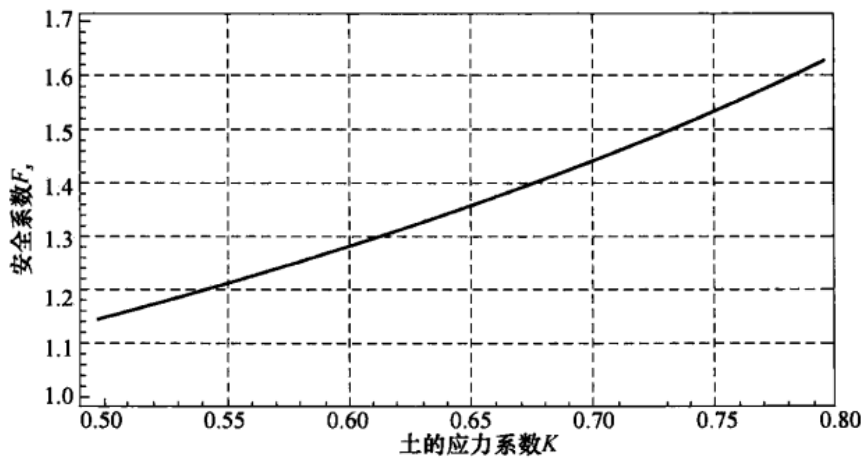


图 6-25　β=45°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

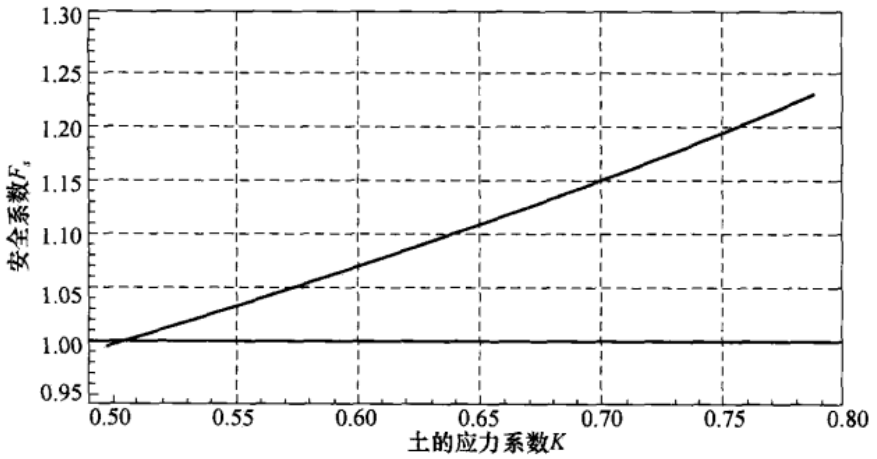


图 6-26 β=50°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

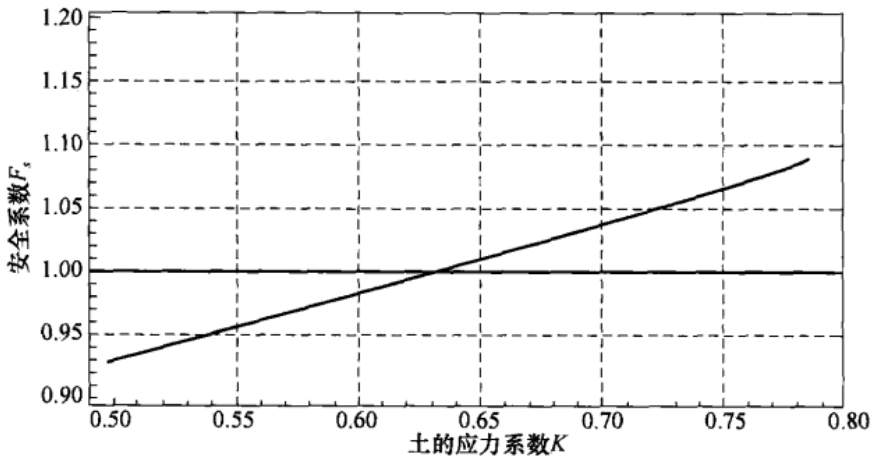


图 6-27 β=55°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

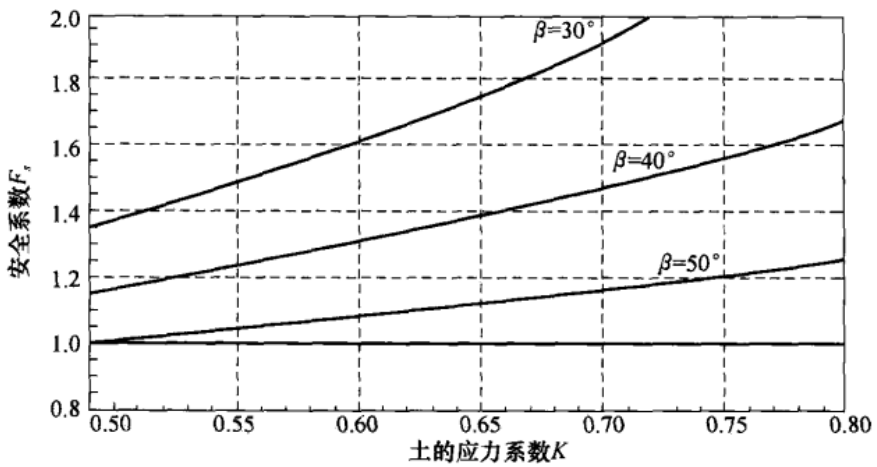


图 6-28 β=30°，40°，50°时 K 对 F_s 的敏感性曲线

有稳定的状态。因此，研究边坡的应力状态参数凸显出重要意义和实用价值。

6.5　边坡极限坡高的敏感性分析

对于同一种岩土材料构成的边坡，基于第 4 章得到的极限坡高公式，极限坡高是对应于指定坡角的，因此得到

$$H_{cr}(K,\gamma,c,\varphi)=\frac{2c\cos\varphi}{\gamma[(1-\sin\varphi)-K(1+\sin\varphi)\cos^2\beta]} \tag{6-10}$$

依据式（6-10），可按式（6-1）～（6-4）的方法，进行各参数变化对极限坡高灵敏度分析。

极限坡高在一定的坡角下，受岩土材料的力学参数如重度、凝聚力、内摩擦角和应力状态参数变化的灵敏度分别见图 6-29～6-32 的数值结果。

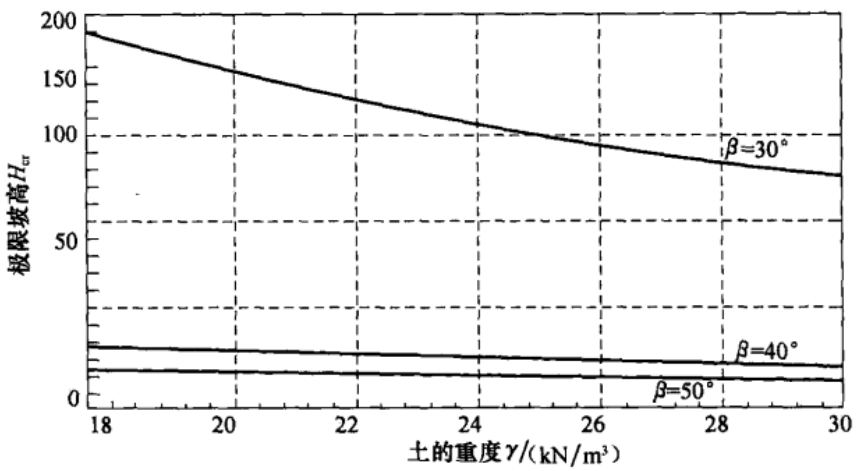


图 6-29　重度对极限坡高的敏感性曲线

图 6-29～6-32 表明，当边坡岩土材料的性质一定，不同坡角变化时，极限坡高变化较大，并且坡角越小，极限坡高变化越大。随着坡角变化极限坡高变化较大，这也是边坡实际的根本情况的体现。

同时，岩土材料力学参数的变化对极限坡高的敏感性，也是随着坡角变小敏感性增高。$\beta=30°$时，图中的各个参数范围内对应的曲线敏感性最强，极限坡高递增的范围跟大，当坡角 $\beta=40°$，$50°$时，图

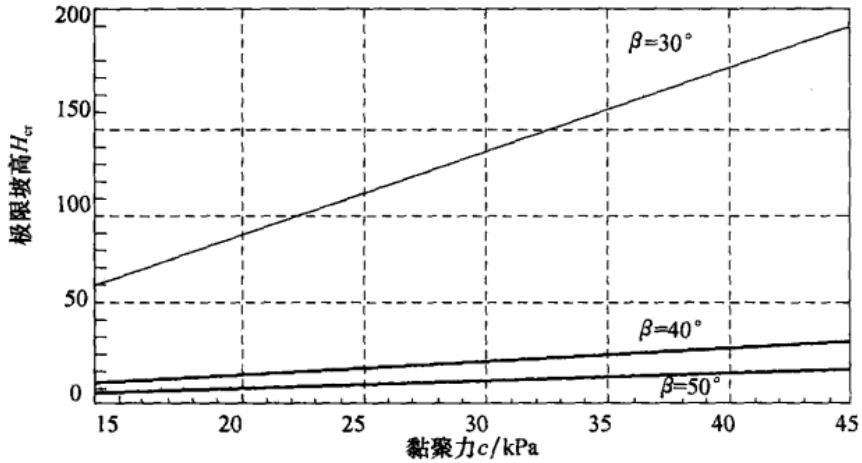


图 6-30 凝聚力对极限坡高的敏感性曲线

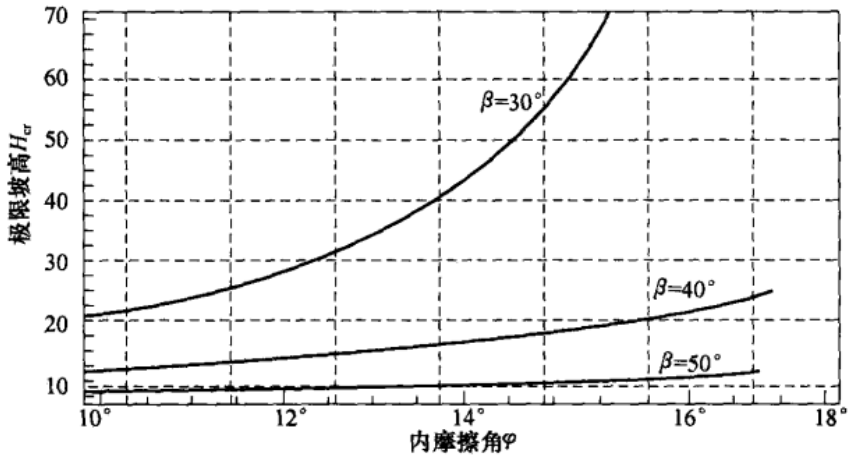


图 6-31 内摩擦角对极限坡高的敏感性曲线

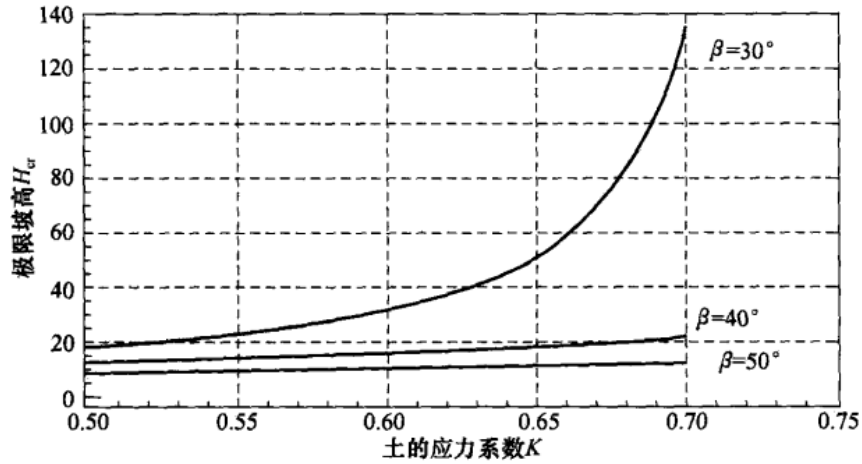


图 6-32 应力状态参数对极限坡高的敏感性曲线

示中各个参数对应的曲线敏感性较弱，这与实际情况完全吻合。

6.6　极限坡角敏感性分析

对于同一种岩土材料构成的边坡，基于第 4 章得到的极限坡角公式，其一定的高度所对应的极限坡角为

$$\beta_{cr}(\gamma,c,\varphi)=\arcsin\sqrt{1-\frac{\gamma H(1-\sin\varphi)-2c\cos\varphi}{K\gamma H(1+\sin\varphi)}} \tag{6-11}$$

依据式（6-11），可按式（6-1）～（6-4）的方法，进行重度、凝聚力、内摩擦角各参数变化对极限坡角灵敏度分析，分析结果见图 6-33～6-35 所示。

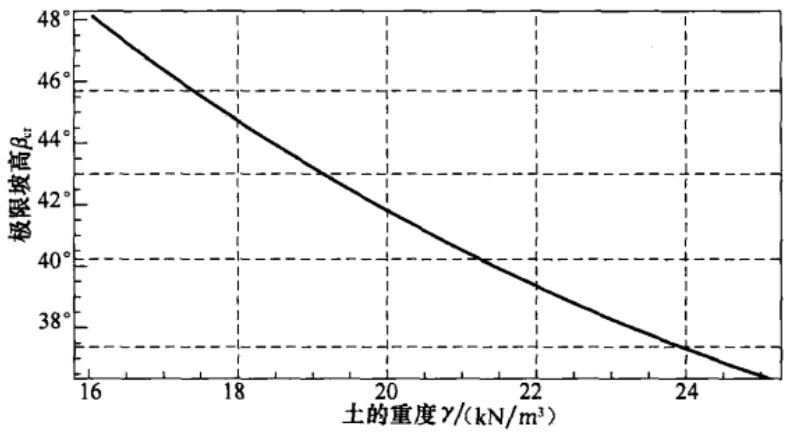


图 6-33　重度对极限坡角灵敏度

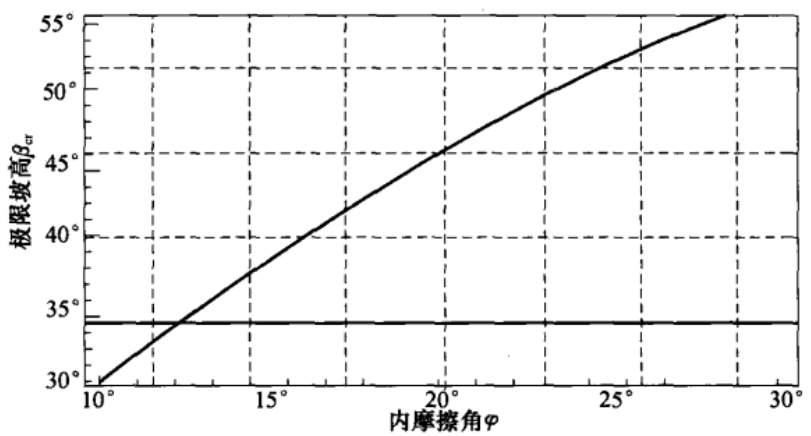


图 6-34　内摩擦角对极限坡角的灵敏度

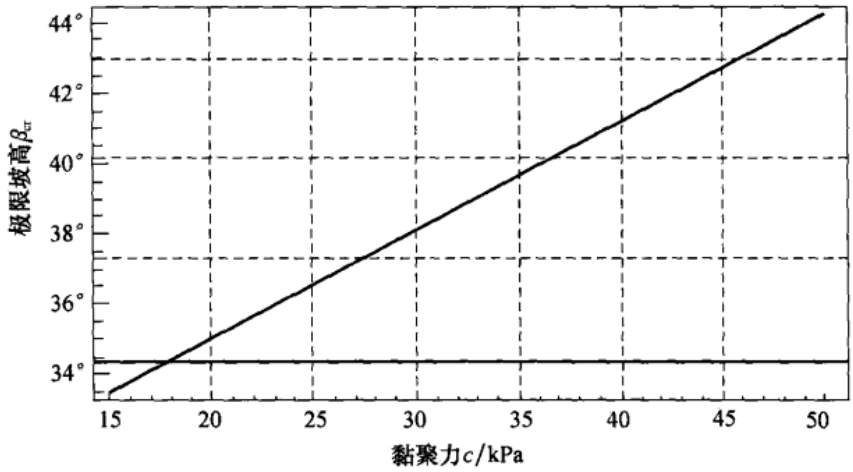


图 6-35 凝聚力对极限坡角的灵敏度

6.7 本章结论

本章基于第 4 章所建立的岩土边坡稳定分析的理论模型所得到的解析解，进行单参数变化对边坡稳定安全系数、极限坡高、极限坡角的敏感性分析。集合实际算例，分析这些参数的变化对边坡稳定影响的一般数值规律，并为实际应用奠定了理论与数值基础。

由于理论模型和解析解的理论体系的支撑，使得边坡稳定分析的敏感性研究在参数基础上变得易行、明确和方便，并极大地减少研究工作量。

参考文献

[1] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，（8）12：84—88.

[2] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12（1）：52—60.

[3] 王轶昕. 土坡稳定应力状态方法敏感性分析［硕士学位论文］. 合肥：合肥工业大学，2010.

第 7 章　环境条件下边坡稳定安全的影响

边坡稳定分析的数学力学模型建立之后，滑坡发生和发展的研究就显得十分重要。当边坡处于稳定状态时，外部环境条件变化是导致边坡失稳、诱发滑坡产生的敏感性因素，这类因素主要有降雨和地震及其他工程、人为条件。

从认识滑坡出现的现象到产生滑坡的本质问题的研究与分析，就是边坡力学行为作用的结果，即边坡岩土体材料强度的内部力学行为对外部力学作用响应的过程。如何描述边坡岩土材料抵抗受力响应的变化过程，是研究边坡稳定到滑坡发展的关键主线。建立岩土边坡受力体系和岩土材料抗力的数学力学模型，是发现、解决边坡稳定和产生滑坡过程的研究基础。

滑坡与地震、洪水、疾病一起被认为一直是危害人类生存与发展的四大灾害。滑坡的发生是十分复杂的动态过程，一方面涉及岩土组成的力学与材料内部因素，另一方面受地形地貌、地质结构类型组成特点，又与环境条件的影响等复杂的外部因素所影响。降雨尤其是强降雨、暴雨的影响，直接影响到边坡的稳定性。

一百多年对边坡和滑坡的研究，大多计算方法是建立在假定滑动面与试算方法的基础上，还没有见到有关数学力学的完整的、合理的分析模型，使得边坡稳定和滑坡分析处于经验判断与研究的范畴。本章以边坡稳定的应力状态方法解析解为基础，对边坡的非稳定问题及滑坡的发生、发展作基础的分析。

7.1　边坡稳定和滑坡分析的理论判断

7.1.1　解析解应用形式

由第 4 章所得到的边坡稳定状态下安全系数的 6 参数解析解为[1,2]

$$F_s(H,\beta,\gamma,K,c,\varphi)=\frac{4c+\gamma H(1+K\cos^2\beta)\tan\varphi}{\gamma H(1-K\cos^2\beta)} \tag{7-1}$$

式中，F_s 为岩土边坡稳定的安全系数，无量纲；H 为岩土边坡的高度，m；β 为岩土边坡的坡角，度（°）；γ 为岩土边坡土体的重度，kN/m^3；K 为岩土边坡的应力状态参数，无量纲。

极限状态下的边坡高度和角度 5 参数解析解为

$$H_{cr}(K,\gamma,c,\varphi,\beta)=\frac{2c\cos\varphi}{\gamma[(1-\sin\varphi)-K(1+\sin\varphi)\cos^2\beta]} \tag{7-2}$$

式中，H_{cr}为极限坡高，m；其他参数同前。当边坡构成的岩土材料和边坡坡角确定时，满足库仑抗剪强度理论的最大边坡高度。

$$\beta_{cr}(K,\gamma,c,\varphi,H)=\arcsin\sqrt{1-\frac{\gamma H(1-\sin\varphi)-2c\cos\varphi}{K\gamma H(1+\sin\varphi)}} \tag{7-3}$$

式中，β_{cr}为极限坡角，（°）。当边坡构成的岩土材料和边坡坡高确定时，满足库仑抗剪强度理论的最大边坡坡角。

7.1.2 边坡稳定与极限状态的判定准则

无论天然岩土边坡还是工程构筑的边坡，无论地质岩土层如何复杂变化，当可以简化为平面问题边坡时，得到几何参数 H、β 及由试验得到边坡岩土类材料的力学参数 γ、K、c、φ 时，应用公式（7-1）、式（7-2）和式（7-3），得到以下的判定边坡稳定和非稳定状态的准则。

（1）安全稳定状态：

$F_s>1$，或 $H<H_{cr}$，或 $\beta<\beta_{cr}$时，岩土边坡处于稳定安全状态。

（2）非稳定发展状态判定：

$F_s\leqslant 1$，或 $H\leqslant H_{cr}$，或 $\beta\leqslant\beta_{cr}$时，岩土边坡处于非稳定状态，具有发展出现滑坡的趋势。

在自然环境下，任意边坡的安全系数均是动态的，依据解析公式进行边坡非稳定发展过程分析时，表现在参数变化包括以下几个方面：

（1）边坡岩土体内部应力状态的变化，即随时间历程的变化，表现为边坡应力状态参数和重度等参数的变化。

（2）降水与蒸发等外部条件的影响，使得边坡岩土体的材料参数重度、抗剪强度参数凝聚力、内摩擦角产生变化。

（3）降水与蒸发等外部条件的影响，使得边坡岩土体的在环境水影响下孔隙水应力的变化。

对于（1）、（2）对边坡稳定安全的影响，在第 6 章进行了安全系数的敏感性分析，下面给出孔隙水应力对边坡稳定安全系数影响的解析公式。

7.2　孔隙水应力条件下边坡稳定安全系数的解析公式

如图 7-1 所示，设一平面岩土边坡，在坡体内有孔隙水应力分布曲线，其数值形式为 $u(z)$，对应坡体的数值为 $h(z)$，边坡的几何参数、力学参数同式（7-1），则边坡在孔隙水应力影响下的边坡稳定安全系数为

$$F_s(u,K,\gamma,c,\varphi,H,\beta)=\frac{4c'+[\gamma' H(1+K\cos^2\beta)-2\bar{u}]\tan\varphi'}{\gamma' H(1-\cos^2\beta)} \tag{7-4}$$

$$u=u(z)$$

$$\bar{u}=\int_0^{h(z)} u(z)\mathrm{d}z/H \tag{7-5}$$

式中，c'、φ'、γ'为岩土边坡材料的有效应力指标；其他符号见式（7-1）。

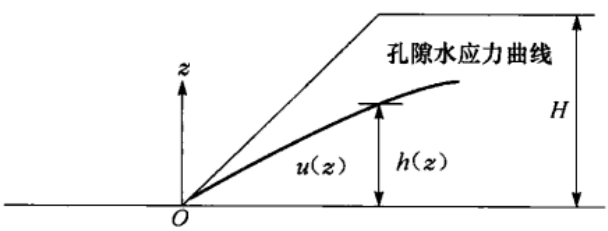


图 7-1　边坡坡体内孔隙水应力分布

应用公式（7-1）～（7-5），可以对岩土边坡进行稳定安全和非稳定

的状态分析。

7.3 降雨对边坡稳定的影响分析

降雨等外部因素是诱发滑坡产生的重要原因，其影响机理和发生机制是研究的难题，也一直是全世界所关心的难题。降雨入渗土体的结果是导致岩土体的应力状态、强度参数发生变化，如岩土体重度增加、抗剪强度参数降低、渗透产生孔隙水应力增长等，使得原来处于稳定状态的边坡出现非稳定状态，进而出现失稳过程，最终导致滑坡。

7.3.1 岩土体入渗的基本机制

降雨入渗土体的运动过程，直接决定岩土体含水量的增长，形成表层面流和地下径流的过程。降水入渗岩土体的物理过程，按水分子受力和运动特征，可分为渗润、渗漏和渗透三个阶段，而渗润、渗漏过程也称之为入渗过程。入渗过程直接影响岩土体的物理、力学参数，如含水量、饱和度以及重度、抗剪强度参数和应力状态的变化，属于非饱和的水流运动；渗透过程是土体孔隙充满水以后，在重力作用下呈稳定流动的过程，属饱和土体的渗流过程。

决定这两个过程变化的外界因素和岩土体内部因素为：降雨强度和降水量，入渗强度和入渗能力。

7.3.2 天然降雨描述[3]

降雨受气象因素如气温、气压、风、湿度、云、蒸发所控制，降雨的产生所表现的是对地面点的降雨量和降雨强度，可以通过地面的实际观测来实现。降雨强度和降水量的一般规律可以用图 7-2 来表示。其中

降雨时段的降雨强度为

$$I = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} \tag{7-6}$$

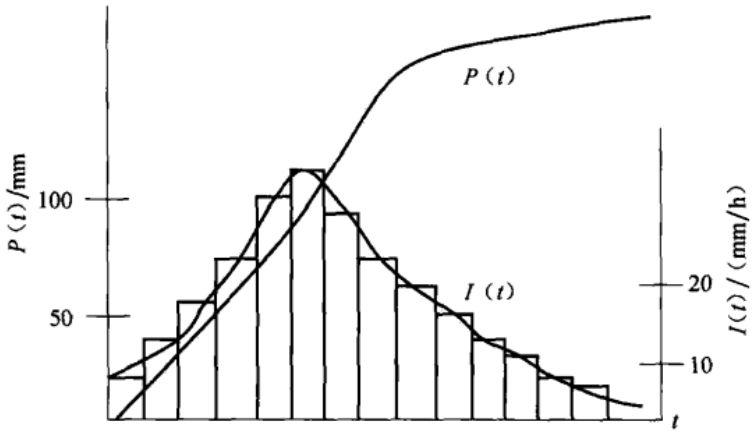


图 7-2　天然降雨过程曲线

降雨时段的平均降雨强度

$$\bar{I} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \tag{7-7}$$

降雨时段的降雨量为

$$P(t) = \int_0^t I(t)\mathrm{d}t \tag{7-8}$$

对于某一区域或地点，可以利用已有观测资料的降雨频率得到平均降雨强度 I 和降雨量 $P(t)$来描述一般降雨过程。

7.3.3　降雨入渗的机制分析

确定区域点岩土体的入渗强度和入渗能力，可以采用入渗强度或下渗强度和下渗积累曲线来表示，见图 7-3。岩土体的下渗强度按照霍顿公式描述时，认为当降雨持续进行时，岩土体的下渗率逐渐减小，下渗过程是一个消退过程，消退的速率和剩余量成正比。从而得到下渗强度 $f(t)$，如公式（7-9）所示[3]。

$$f(t) = f_c + (f_0 - f_c)\mathrm{e}^{-\chi t} \tag{7-9}$$

式中，f_0、f_c 和 χ 分别初始下渗率、稳定下渗率和消退参数，它们与土体的性质有关，根据实测资料或室内测试实验分析确定。

降雨的下渗量满足式（7-9），在 T 时段内为式（7-10）。

$$F(T) = f_c T - \frac{f_0 - f_c}{\beta}\mathrm{e}^{-\chi T} \tag{7-10}$$

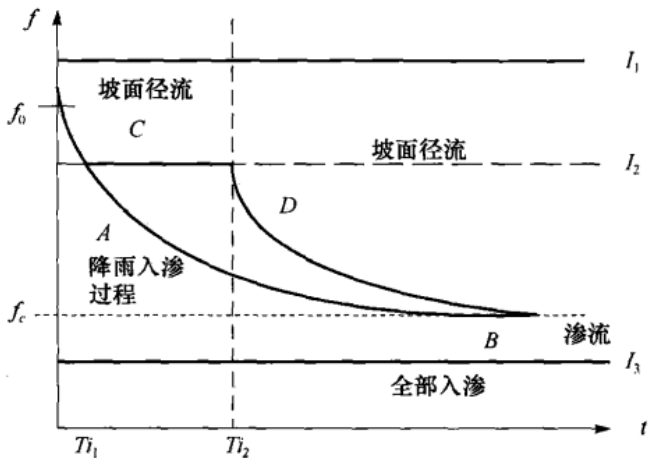


图 7-3 天然降雨条件下土体的下渗过程

当某一具体土层的下渗强度参数 f_0、f_c 和 χ 确定之后，其下渗量按数学定积分的几何意义就是下渗强度与时间 T 所构成的曲边梯形的面积，如图 7-3 所示。

7.3.4 自然条件下土体下渗能力与降雨强度的关系

在自然条件下，土体的下渗能力 f 的必要条件取决于任一阶段的自然降雨强度 $I(t)$，可由实测降雨所得到均值 I 来作基本描述。

依据霍顿公式，设 I 分为 I_1、I_2、I_3 三种情况描述土体下渗的基本机制，如图 7-3 和表 7-1 所表达。

表 7-1 降雨入渗及对岩土边坡的影响

降雨入渗条件	入渗过程描述	下渗曲线	入渗阶段	土体状态	土体参数变化	边坡极端事件
$I=I_1\geqslant f_0$	降雨充分，按下渗能力入渗	A 线	渗润、渗漏和渗透（表层面流）	非饱和→饱和	重度增加，抗剪参数变化	泥石流，滑坡
$I=I_3\leqslant f_c$	入渗与降雨相同	B 线	渗润、渗漏和渗透	非饱和→饱和	重度增加，抗剪参数变化	滑坡
$f_c<I<f_0$	降雨全部入渗	C 线	渗润、渗漏和渗透	非饱和→饱和	重度增加，抗剪参数变化	滑坡
	随土体含水量增加，下渗率减小					
	按下渗能力入渗	D 线				
岩土边坡	边坡应力状态变化，表现为岩土体力学参数、材料参数 γ、c、φ、K 发生改变					

（1）降雨强度 I 大于土体的入渗强度，降雨充分，持续时间长，即 $I=I_1>f_0$ 时，一部分降雨入渗土体，入渗按下渗强度曲线 A 计入入渗过程，余下部分沿坡面形成面流或表面径流。

（2）降雨强度 I 小于土体的入渗强度，降雨不够充分，持续时间较长，满足稳定下渗率的要求，在某一时段内 T_{i_2} 全部下渗，当降雨持续时间继续时，出现坡面径流。

（3）降雨强度远小于土体入渗强度，即使降雨持续时间长，降雨量全部下渗土体，也不会形成坡面径流。

对于岩土边坡，考虑降雨强度和入渗条件对坡体稳定所产生的影响，可能发生的极端事件可分为滑坡或泥石流。

7.3.5　降雨对岩土边坡稳定的参数影响

降雨入渗过程表现为对岩土体力学参数的影响，并导致其物理参数发生变化，使得边坡的稳定性发生变化，即产生非稳定或发展为滑坡及泥石流。

一定的降雨强度对岩土体边坡稳定的参数影响表现为：

（1）对岩土体重度增加至饱和重度。

（2）对岩土体材料的抗剪强度参数的降低。

（3）边坡应力状态变化，表现为边坡应力状态参数的变化。

（4）边坡坡体的坡面渗流、坡体渗透，出现渗透水应力——孔隙水应力。

边坡由稳定状态发展到临界状态、非稳定状态、出现滑坡时，岩土体力学参数、材料参数 γ、c、φ、K 发生改变。据此，可以进行降雨条件对任意岩土边坡的稳定到非稳定状态出现的敏感性分析。

7.4　地震作用对岩土边坡的影响

地震对边坡稳定影响与产生滑坡的分析，涉及地震能量、破坏烈度和边坡类型及地质、地貌成因等，其过程比较复杂。

依据当前建筑抗震设防的思路，建筑结构对地震作用的响应，通常用地震反应谱（加速度反应谱）来描述，去计算具体实际建筑结构问题的地震响应。岩土边坡对地震的响应，可以借助建筑结构抗震设防的思想，对于某一区域的具体边坡，根据地震系数的选定，作为进行边坡安全和滑坡分析的依据。

7.4.1 地震对结构物体的影响

地震对建筑物、构筑物乃至坡体的影响十分复杂，涉及地震的成因与类型，地震的能量和强度（震级），区域位置和地形、地貌（烈度），地质条件和结构物形式（地震响应）等诸多方面。一个确定的结构物，对地震的响应可以看做地震波的传播作用，通常用地震反应谱来描述地震波的响应作用。

在当前实用中，对于某一区域，对地震的响应，常采用地面最大加速度 $|\ddot{x}|_{max}$ 与重力加速度 g 的比值，即地震系数 k_E 来表示，用来计算具体实际工程问题的抗震设定，如下：

$$k_E = \frac{|\ddot{x}_g|_{max}}{g} \tag{7-11}$$

7.4.2 中国地震设防的区域划分和地震系数

世界各国及地区发生地震的条件不同，地震对建筑的破坏，按地震破坏烈度的设防要求也不同。依据地震设防的要求，对地震对建筑物的破坏进行按地震烈度进行设防，依据我国《建筑结构抗震设计规范》（2008 年新版），地震烈度与地震系数的关系见表 7-2。

表 7-2 地震系数与烈度关系

地震系数	地震烈度			
	6	7	8	9
k_E	0.05g	0.10 (0.15) g	0.20 (0.30) g	0.40g

对于一确定的具体边坡，地震作用是对边坡的瞬时作用荷载，因

此，按表 7-2 的地震系数 k_E，利用边坡稳定分析应力状态方法所得到的解析解，可以进行岩土边坡对地震响应的稳定、非稳定状态及产生滑坡的具体过程分析。

7.5　环境影响条件下边坡稳定分析算例

7.5.1　孔隙水应力分布

选参考文献［4］算例：一均质边坡，边坡比为 1∶1.5，渗透水的浸润线、条分方法计算边坡安全系数的分条、几何尺寸等见图 7-4 所标注；$\gamma=20\text{kN/m}^3$，$c'=10\text{kN/m}^2$，$\varphi_u=29°$。

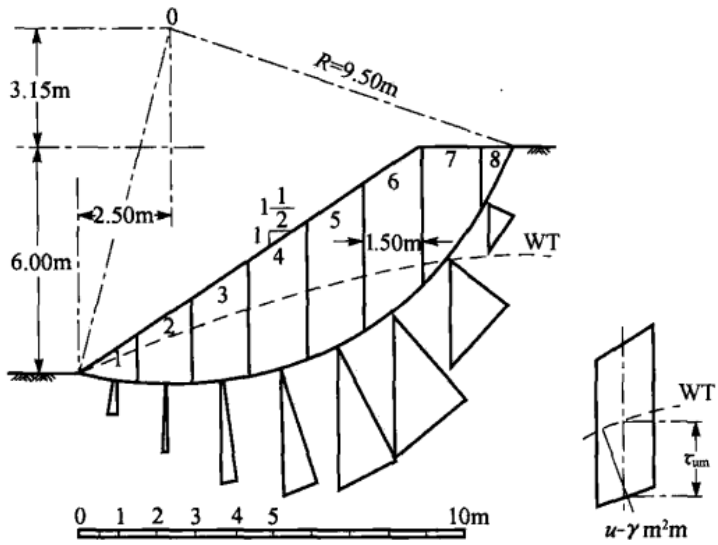


图 7-4　边坡稳定计算条分示意图

按条分法公式（7-12）计算的边坡安全系数为 1.42，具体分条计算见表 7-3。

$$F_s=\frac{c\hat{L}+\tan\varphi'\sum(W_i\cos\alpha_i-u_il_i)}{\sum W_i\sin\alpha_i} \tag{7-12}$$

得到 $F_s=\dfrac{(10\times14.35)+(0.554\times393)}{254}=1.42$。

表 7-3 条分法计算列表

分条编号	$h_i\cos\alpha_i$/m	$h_i\sin\alpha_i$/m	u_i/(kN/m²)	l_i/m	u_il_i/(kN/m)
1	0.75	−0.15	5.9	1.55	9.1
2	1.80	−0.10	11.8	1.50	17.7
3	2.70	0.40	16.2	1.55	25.1
4	3.25	1.00	18.1	1.60	29.0
5	3.45	1.75	17.1	1.70	29.1
6	3.10	2.35	11.3	1.95	22.0
7	1.90	2.25	0	2.35	0
8	0.55	0.95	0	2.15	0
$\sum$	17.5	8.45		14.35	132.0
$\sum W_i\cos\alpha_i=30\times17.5=525$		$\sum W_i\sin\alpha_i=30\times8.45=254$		525−132=393	

按边坡稳定分析应力状态方法的解析公式（7-1）计算得到的安全系数的结果见图 7-5 曲线，$K_0=1-\sin\varphi'=0.515$，$K_a=\tan^2\left(45°-\frac{\varphi'}{2}\right)$

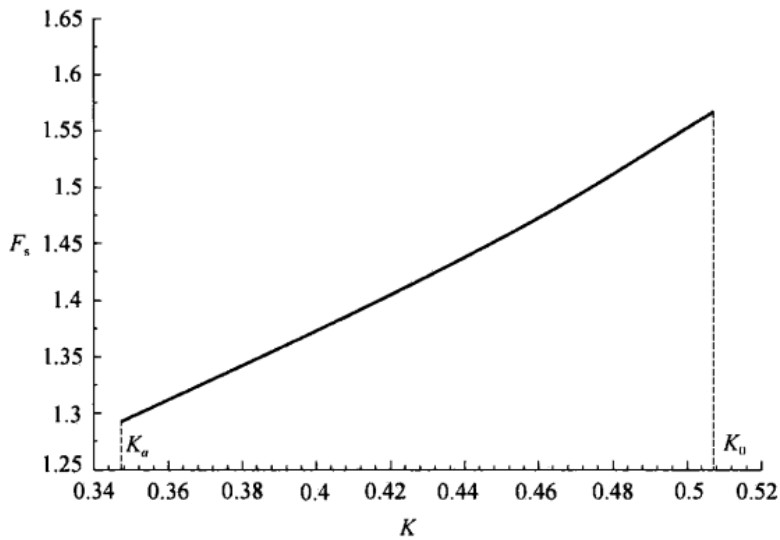


图 7-5 应力状态方法计算的安全系数

按公式（7-5），参照表 7-3 的计算孔隙水应力作用见表 7-4。

按公式（7-4）计算得到的边坡稳定安全系数为

当 $K=0.515$ 时，$F_s=1.391$；

当 $K=0.347$ 时，$F_s=1.032$。

表 7-4　按公式（7-5）计算孔隙水应力作用的影响

	分条编号					
	1	2	3	4	5	6
u_i	5.9	11.8	16.2	18.1	17.1	11.3
h_i	0.35	0.877	1.390	2.204	2.341	2.740
$\int_0^{h_i} u(z)\mathrm{d}z$	0.3116	4.538	15.650	43.961	46.856	42.418

$$\int_0^h u(z)\mathrm{d}z/H=\frac{0.3316+4.538+5.650+43.961+46.856+42.418}{6}=25.622$$

算例表明，应用边坡稳定分析应力状态方法的系列公式，包括式(7-1)～(7-5)，分析岩土边坡的稳定安全系数，在数值计算中带来了极大的方便，且计算结果可靠。

7.5.2　复杂环境下边坡稳定分析

以本章 7.1～7.4 节的基本思想，结合边坡稳定分析应力状态方法所得到的系列解析公式，在实际岩土边坡的稳定分析和非稳定过程发展到滑坡的研究中，可以化复杂问题为简单问题。着重应解决了以下几个方面的问题：

（1）岩土边坡力学参数的变化规律。

（2）岩土边坡应力状态参数的研究。

（3）降雨入渗规律的数值表述。

（4）地震对岩土边坡的影响的参数响应。

7.6　本 章 结 论

降雨与地震对边坡稳定的影响和诱发滑坡的敏感性分析是十分复杂的问题，本章以边坡稳定分析的应力状态方法的解析解为基础，探求了研究思路和实现解决的方法，可以为边坡在环境条件下的稳定和非稳定问题的研究，提供研究方法的指导或借鉴。

本章基于边坡稳定分析的数学力学模型，给出了岩土边坡孔隙水

应力分布的边坡稳定安全系数解析公式。选取算例的计算结果，从边坡具有孔隙水应力分布的另一侧面检验了边坡稳定分析数学力学模型与解析解在理论上严密性，应用于实际计算的简洁性，更说明了应力状态方法的系列解析公式在实际应用中的方便和可信性。

参 考 文 献

[1] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8（12）：84—88.

[2] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析，中国工程科学，2010，12（1）：52—60.

[3] 詹道江，叶守泽. 工程水文学. 第3版. 北京：中国水利水电出版社，2000：30—72.

[4] Craig R F. Soil Mechanics. Third Edition. Wokingham：van Nostrand Reinhold（UK）Co. Ltd，1983：365—369.

第 8 章　边坡稳定应力状态方法的分析程序

8.1　概　　述

本章的主要内容是在边坡稳定分析的应力状态方法的理论模型建立、解析解推导，以及在解析解公式的基础上，应用系列解析解——边坡稳定分析的安全系数、极限坡高和极限坡角，如何进行应用计算程序设计，为软件开发奠定基础。同时介绍如何利用 MATLAB 软件进行编程设计一个人机交互计算分析程序——“STRESS-SLOPE”（应力-边坡，简称“STOE”）。

MATLAB 是用于科学计算的高效率语言。由于当今计算机技术普遍应用，各种针对不同需求的编程语言层出不穷，而 MATLAB 作为一种针对科学计算的语言，相比 BASIC、FORTRAN，以及 C/C++等程序语言，它更简单易懂，更接近于人们的思维方式。MATLAB 是当今科学实验和实用计算中，利用频率最高，效率最高的计算语言。由于其语言的通用性和强大的开放性，以及拥有对大部分程序的接口，MATLAB 成为分析程序设计和必备的科研工具。

本章不仅利用这个程序进行边坡安全性的判断，还在设计的程序中加入了边坡的破坏曲线。与以往的边坡分析程序不同，基于应力状态方法的 STOE 分析程序，由于其在理论上的完善和简洁等特征，不经过有限元法对边坡进行划分，就可以对其安全系数进行计算，并得到合理的解答。

8.2　边坡的破坏曲线及其绘图程序

利用边坡的处于极限平衡状态时的公式（8-1），可以得到边坡的

破坏曲线的形式

$$\sin\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2c\cot\varphi} \tag{8-1}$$

将式（8-1）作为边坡土体达到极限平衡时的条件，经过一系列坐标变换，便可以得到边坡土体的破坏曲线的公式，如式（8-2）所示。

$$K\gamma(h-z)\left(\frac{x^2}{x^2+z^2}\right)(1+\sin\varphi)+2c\cos\varphi=\gamma(h-z)(1-\sin\varphi) \tag{8-2}$$

利用 MATLAB 可以进行数值函数图形绘制，以及利用 GUI 实现人机交互输入与计算绘图。本书利用 MATLAB 的符号函数图形命令“ezplot”，对破坏曲线的隐函数式进行绘图，以下简要介绍图形绘制的步骤和原理。

利用“ezplot”函数绘图之前，先要将破坏曲线的数学公式转换为 MATLAB 中的符号公式，并将曲线式中的坐标用符号未知量表示，并结合破坏曲线的性质和应力状态方法，讨论绘图时需要注意的参数范围，以及曲线在数值计算中的应用条件。

利用 MATLAB 绘制边坡破坏曲线的关键程序段：

```
syms x y;
%先将 x 和 y 定义为符号型数据
A=(1-sin(phi*pi/180))*r*(h- y)- K*r*(h-y)*(x^2/(x^2+
  y^2))*(1+sin(phi*pi/180))-2*c*cos(phi*pi/180);
%将破坏曲线写为符号型函数
ezplot(A,[0,h/tan(atan(Q))+bj,0,b2*tan(atan(Q))]);
%利用"ezplot"绘图
axis equal;
grid on;
```

其中：Q 是坡度。

可以看到，利用“ezplot”函数做隐函数的图像十分方便，只要定义了横纵坐标的范围“[0,h/tan(atan(Q))+bj,0,b2 * tan(atan(Q))]”，

就可以利用函数直接得到图像。需要注意的是，在画图之前，必须先将要绘图的自变量和因变量进行符号化：syms x y，以及要用变量“A”将隐函数表达出来。

需要控制绘图的范围和精度，横坐标 x 的范围可以从坐标零点向左取一合适范围，根据大量算例可以看到破坏曲线和坡面线是存在交点的，所以纵坐标 z 的范围确定为：将坡面线的方程 $Z=\tan\beta X$ 代入式（4-15）得交点坐标

$$X_q=\frac{\dfrac{K\gamma H(1+\sin\varphi)}{1+\tan^2\beta}+2c\cos\varphi-\gamma H(1-\sin\varphi)}{\dfrac{K\gamma H\tan\beta(1+\sin\varphi)}{1+\tan^2\beta}-\gamma H\tan\beta(1-\sin\varphi)} \tag{8-3}$$

$$Z_q=\tan\beta X_q \tag{8-4}$$

则纵坐标 z 的取值范围为：$z\subset[0,\ Z_q]$，将此范围写入 ezplot 函数。

此时，根据极限坡高公式，极限坡高不能小于零，本书规定不记内摩擦角 φ 的有效值的影响，破坏曲线的适用条件为

$$1-(1+\sin\varphi)\cos^2\beta>0 \tag{8-5}$$

8.3　利用 GUI 用户图形界面进行系数响应分析

当用户编写好了自己的程序，想要直观化地表示为程序窗口，并能在其他电脑上运行时，可以利用 MATLAB 中强大的 GUI 图形处理及人机交互后处理功能。GUI 图形界面设计为科学计算提供了友好的交互界面和程序发布，以及设计的方式。在 GUI 中，完全拥有 MATLAB 函数的一切功能，并且有 Windows 风格的程序模块供用户使用。

作为 MATLAB 的一个重要模块，GUI 不仅具有与 VB 一样方便的所见即所得设计方法，其中包含 edit text，radio button，push button 等控制按钮，更为作图提供了专有的 axes 面板，以及 Windows 中用户定义菜单栏按钮。所有 GUI 的实现都是利用 MATLAB 的 m 文

件，GUI 中的每个模块便是一个可执行的 m 文件，这就实现了多个 GUI 之间同时具有互相调用，传参数的功能，并且传递方法简单。在用户对 GUI 完成了编程之后，还可以对生成的主要 m 文件进行 exe 可执行程序的编译，并借助软件最终完成安装程序的制作。利用 MCR（MATLAB Compiler Runtime，MATLAB 的编译运行库），用户制作的安装程序可以在其他没有安装 MATLAB 的电脑上运行，并且具有良好的兼容性。

在对 GUI 的操作中，用户能注意到，所有在 GUI 中提供的模块都是事先经过初步编程的，并且拥有各自的模块框架。用户只需将其布置到窗口界面当中，然后根据自身的需要编写相应的 callback 代码来实现想要的功能。这一点为程序的编写和调试过程大大节约了时间，是 GUI 编程最突出的特点之一。

本书通过学习 MATLAB 编程以及 GUI 图形界面设计，自行设计并编写了利用土体应力状态新方法求解边坡破坏曲线，以及进行参数响应分析的程序“STRESS-SLOPE”。并利用“STRESS-SLOPE”程序，对边坡的系数响应做出了响应分析，并对边坡的破坏曲线进行了模拟实验。图 8-1 所示是程序的启动界面。

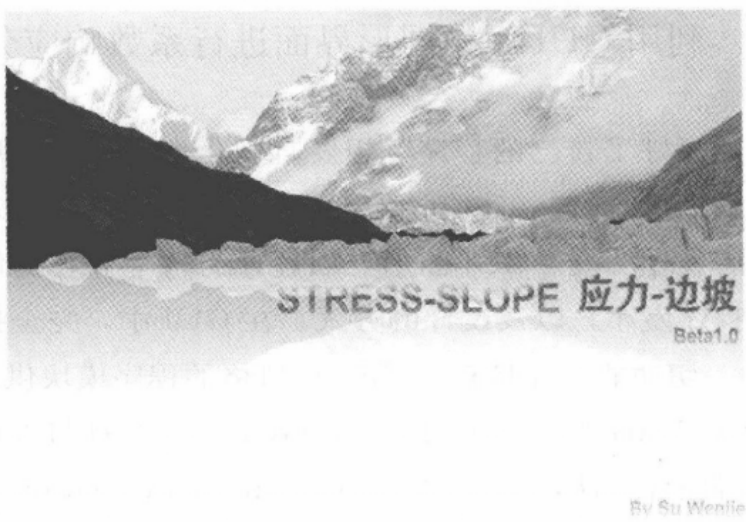


图 8-1 边坡稳定分析计算程序的启动界面

8.3.1 “STRESS-SLOPE”程序功能介绍

程序启动以后，将弹出运行界面，如图 8-2 所示，程序界面分为七个部分：

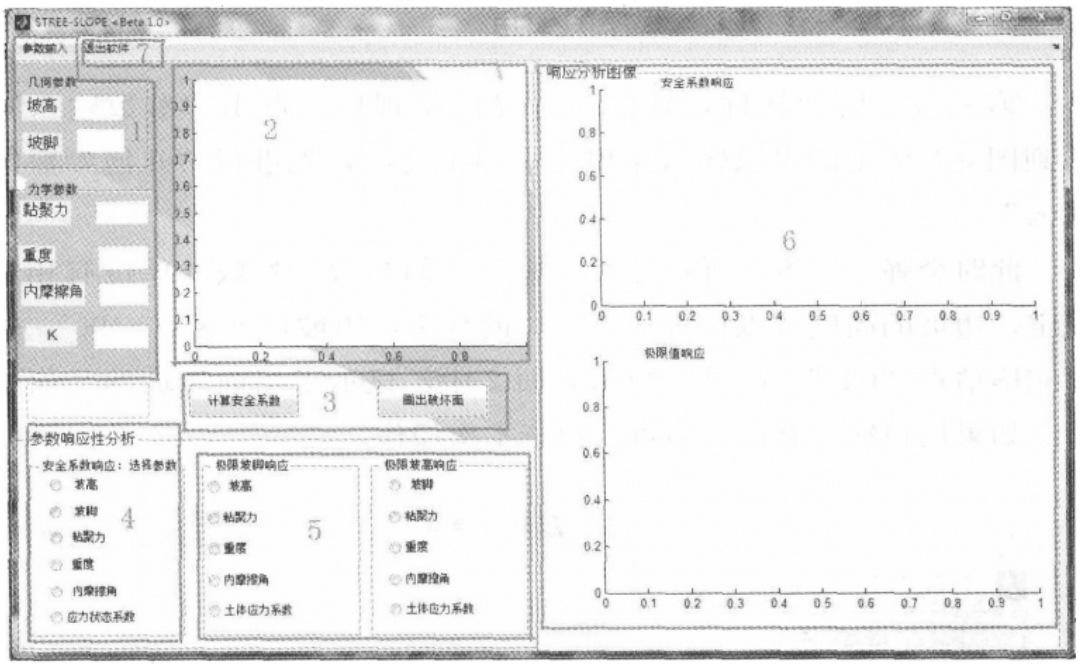


图 8-2　边坡稳定分析计算程序的运行界面

第一部分，参数输入部分，通过菜单的方式进行参数输入。

第二部分，图形显示部分，在输入了边坡的几何参数以后，边坡的形状将显示在这里。

第三部分，计算绘图部分，当用户根据要求输入了边坡的物理力学参数之后，点击“计算安全系数”，将会得到根据应力状态新方法计算的边坡安全系数；当用户点击“画出破坏曲线”，将会在绘图窗口 2 中得到边坡的破坏曲线。

第四部分，安全系数的响应分析，用户可以对已经输入的边坡进行安全系数对土体参数的响应分析，并在程序右上方的图形界面“安全系数响应”中得到响应图像。

第五部分，极限值的响应分析，用户可以对极限坡高、极限坡脚

两个值进行土体参数的响应分析，并在程序右下“极限值响应”窗口中得到分析图像。

第六部分，响应图像的显示部分。

第七部分，软件退出部分。

8.3.2 “STRESS-SLOPE”程序的使用

第一步，启动软件，软件运行界面出现后，点击“参数输入”，看到图 8-3 所示的参数输入菜单，有两个选项，先进行“几何参数的输入”。

此时会弹出图 8-4 所示界面，输入几何参数，参数的单位有相应规定，边坡的高度可以任选一大于 0 的数字，边坡角度为 0°～90°，输入完毕请点“OK”。此时在绘图界面 2 中，显示了当前边坡的几何尺寸。如果用户输入有误，请重复执行本次操作。

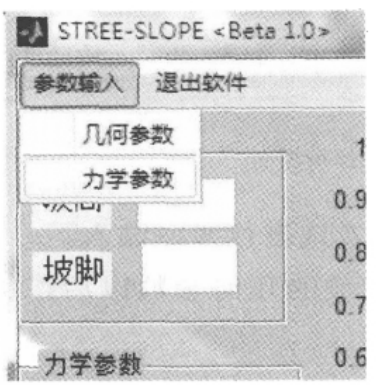


图 8-3 计算程序的参数输入菜单

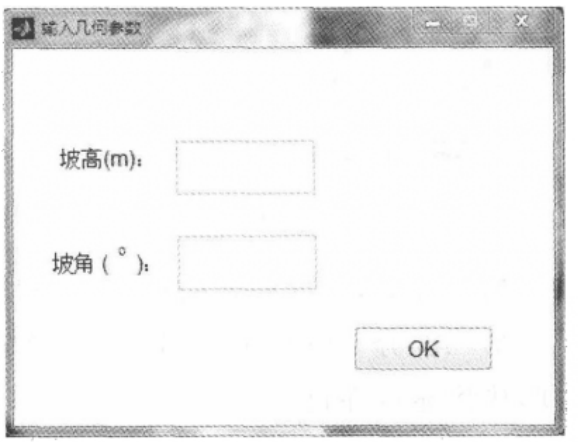


图 8-4 计算程序的输入几何参数

第二步，点击“力学参数”，弹出图 8-5 所示界面，其中土体应力参数的取值有两项：“静止土压力参数”和“主动土压力参数”，用户可以根据不同的要求进行选择。输入完毕点“OK”，此时参数传递到了主程序，如图 8-6 所示。

第三步，完成输入以后，点击“计算安全系数”，将得到用户边坡的安全系数，如图 8-7 所示。

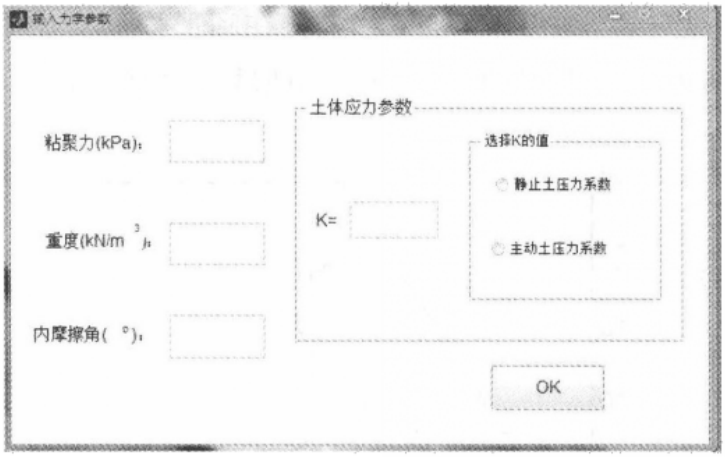


图 8-5　计算程序的输入力学参数

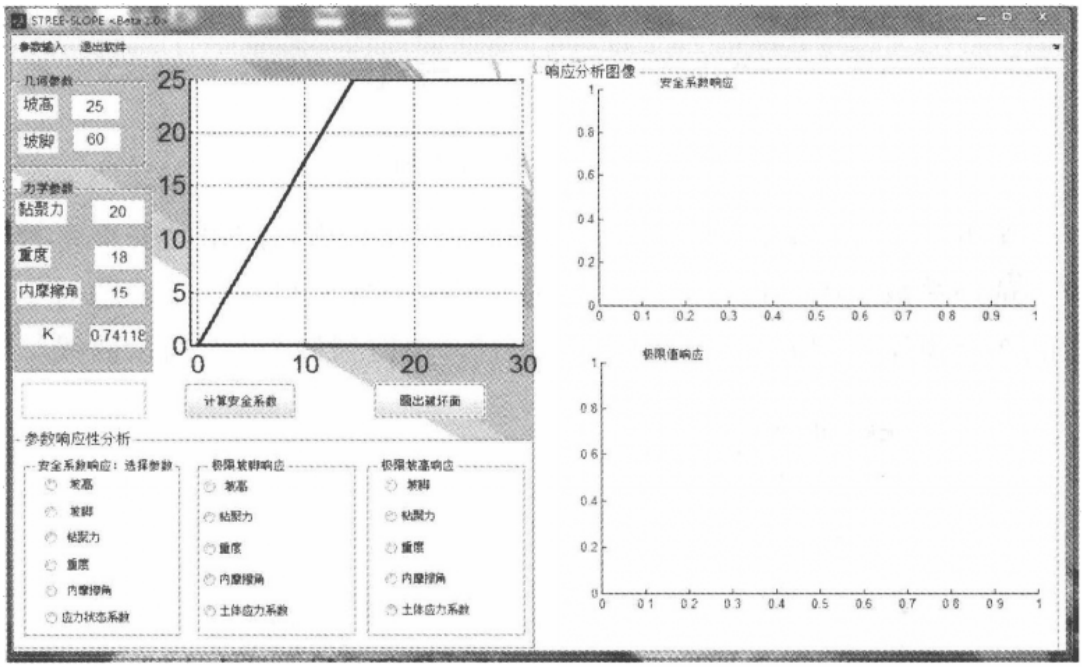


图 8-6　计算程序的输入完成示例

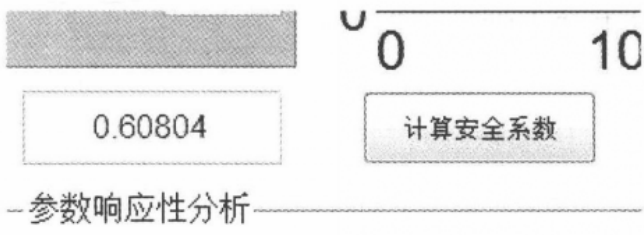


图 8-7　计算示例的安全系数输出

第四步，点击“画出破坏曲线”，将在图形界面 2 中显示根据“土坡应力状态新方法”求得的边坡的破坏曲线，如图 8-8 所示。

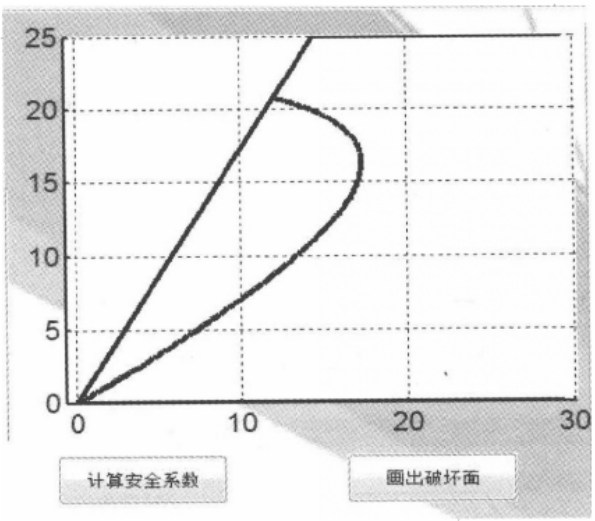


图 8-8　计算示例的破坏曲线

第五步，安全系数对边坡的系数进行响应分析，点击“安全系数响应：选择参数”中的任意按钮，将在右上图形界面得到安全系数对于系数的变化规律。例如，点击“坡脚按钮”，将得到如图 8-9 所示曲线。

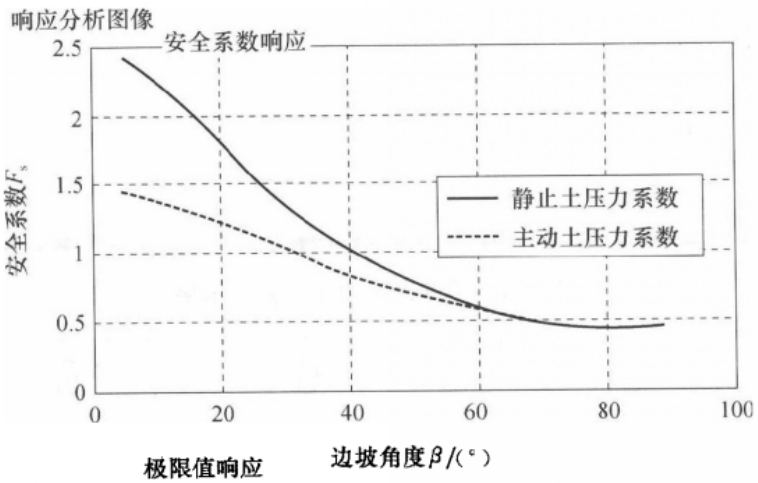


图 8-9　计算示例安全系数对坡脚响应分析

第六步，极限值对边坡系数的响应分析，点击“极限坡脚响应分

析”或者“极限坡高响应分析”，并在其中选择一个土体参数按钮。例如，点击“极限坡高响应分析”中的“粘聚力”按钮，将得到图 8-10 所示的曲线。

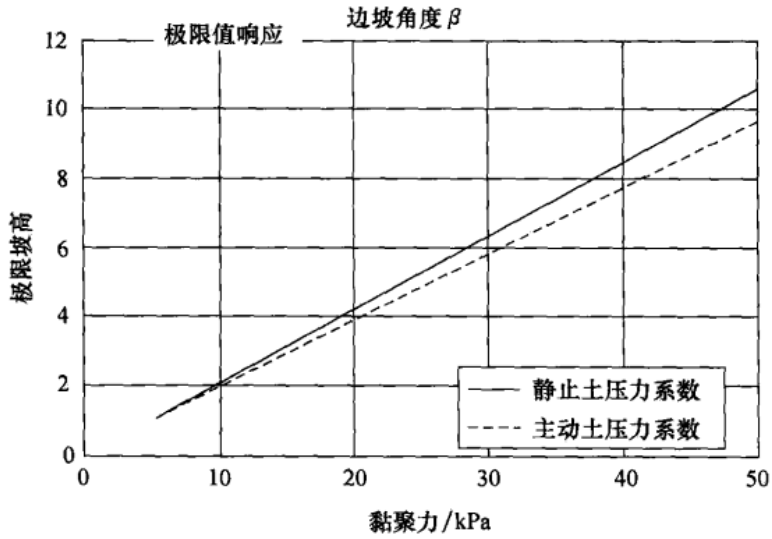


图 8-10　示例极限坡高对坡黏聚力响应分析

第七步，退出软件，依次点击菜单中的“退出软件”，“关闭”。

如上所述，通过以上步骤，用户就可对边坡进行简单的系数响应分析。其中，利用安全系数可以判别现有边坡的稳定性，如果安全系数大于 1，或者比 1 大很多，则可认为边坡是较稳定的；如果安全系数小于 1，或者非常接近于 1，则需要对边坡进行必要的加固措施。利用极限解答，可以预测拟开挖或者拟修建边坡的安全性，如果拟开挖或者拟建边坡的几何参数小于极限值，则可以认为拟开挖或者拟建边坡是安全的，如果它们有一个大于极限值，或者同时大于极限值，则认为拟开挖或者拟建边坡不安全。

8.4　“应力-边坡”源程序

本节给出“应力-边坡”分析程序的源程序，并对应以上的程序面板对源程序进行分块说明。由于 MATLAB 程序段拥有很多自述说明

语言，会造成程序在阅读上的繁琐，所以在以下程序段中，省略了不必要的程序说明性以及程序的初始化语句。

8.4.1 程序界面的初始化

设计程序的界面分为几个部分，它们都是由 MATLAB 内置的模块进行编程得到的。现就创建这些模块的源程序进行简要的说明。

源程序如下：

```
function varargout =gui1(varargin)

if isempty(findall(0,'Tag','figure0'))
      mainHandle=startfigforgui1();

      close(mainHandle);
end


function gui1_OpeningFcn(hObject,eventdata,handles,
  varargin)

ha=axes('units','normalized','position',[0 0 1 1]);
uistack(ha,'bottom')
II=imread('C:\Program Files\STOE\background2.tif');
image(II)
colormap gray
set(ha,'handlevisibility','off','visible','off');

handles.output =hObject;
guidata(hObject,handles);
                    %程序界面启动以及程序背景图像的读取
```

8.4.2　安全系数的求解

通过程序窗口中输入的边坡系数，根据应力状态法的安全系数的求解公式，就可以求得边坡的安全系数。主程序中的六个窗口分别对应 edit1～edit6，如下语句中所示，通过句柄拿到这些窗口中的数值，进行计算边坡稳定安全系数。

源程序如下：

```
function pushbutton1_Callback(hObject,eventdata,han-
  dles)

handles.h_in=get(handles.edit1,'String');
h=str2double(handles.h_in);
handles.b_in=get(handles.edit2,'String');
b=str2double(handles.b_in);
handles.c_in=get(handles.edit3,'String');
c=str2double(handles.c_in);
handles.r_in=get(handles.edit4,'String');
r=str2double(handles.r_in);
handles.phi_in=get(handles.edit5,'String');
phi=str2double(handles.phi_in);
handles.k_in=get(handles.edit6,'String');
k=str2double(handles.k_in);

handles.fs_in=(4*c+r*h*(1+k*((cos(b*pi/180))^2))*tan
   (phi*pi/180))/(r*h*(1-k*((cos(b*pi/180))^2)));
                                    %根据公式计算安全系数
guidata(hObject,handles);

fs=handles.fs_in;
```

```
set(handles.edit7,'String',num2str(fs));
```

8.4.3 破坏曲线的绘制

破坏曲线的绘制条件，一是当边坡得到了极限平衡状态，二是当安全系数小于 1 的时候才会出现。因此，当边坡的破坏曲线接近于 1 时，得到的破坏曲线能很好地反映其破坏状态；而当边坡的安全系数比 1 小很多时，认为边坡已经发生过滑动，得到的破坏曲线只是定性的说明其滑动的深度。

源程序如下：

```
function pushbutton3_Callback(hObject,eventdata,han-
  dles)

handles.h_in=get(handles.edit1,'String');
h=str2double(handles.h_in);
handles.b_in=get(handles.edit2,'String');
b=str2double(handles.b_in);
handles.c_in=get(handles.edit3,'String');
c=str2double(handles.c_in);
handles.r_in=get(handles.edit4,'String');
r=str2double(handles.r_in);
handles.phi_in=get(handles.edit5,'String');
phi=str2double(handles.phi_in);
handles.k_in=get(handles.edit6,'String');
k=str2double(handles.k_in);
handles.fs_in=(4*c+r*h*(1+k*((cos(b*pi/180))^2))*tan
   (phi*pi/180))/(r*h*(1-k*((cos(b*pi/180))^2)));
guidata(hObject,handles);

fs1=handles.fs_in;
```

```
if fs1<=1;  %当存在破坏曲线时求得破坏曲线与边坡线的交点：

handles.b=(k*r*h*(1/(1+(tan(b*pi/180))^2))*(1+sin(phi
  *pi/180))+2*c*cos(phi*pi/180)-r*h*(1-sin(phi*pi/
  180)))/(k*r*tan(b*pi/180)*(1/(1+(tan((b*pi/180)))^
  2))*(1+sin(phi*pi/180))-r*tan((b*pi/180))*(1-sin
  (phi*pi/180)));
guidata(hObject,handles);

%画出极限滑动曲线：
b1=handles.b;
handles.x=linspace(0,h/tan((b*pi/180))+15);
handles.y=linspace(0,b1*tan((b*pi/180)));
guidata(hObject,handles);

axes(handles.axes1);
x2=handles.x;
y2=handles.y;
[x,y]=meshgrid(x2,y2);
z=(1-sin(phi.*pi./180)).*r.*(h-y)-k.*r.*(h-y).*(x.^
   2./(x.^2+y.^2)).*(1+sin(phi.*pi./180))-2.*c.*cos
   (phi.*pi./180);
contour(x,y,z,[0 0]);

A=(1-sin(phi*pi/180))*r*(h-y)-k*r*(h-y)*(x^2/(x^2+y^
  2))*(1+sin(phi*pi/180))-2*c*cos(phi*pi/180);
%
ezplot('h-((k*r*(h-y1)*(x1^2/(x1^2+y1^2))*(1+sin(phi*
```

```
    pi/180))+2*c*cos(phi*pi/180))/(r*(1-sin(phi*pi/180)))',
    [0,h/tan((b*pi/180))+15,0,b1*tan((b*pi/180))]);
hold off;

%设置坐标轴 Axes
axis equal;
grid on;
set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','FontSize',15);
title('');
xlabel('');
ylabel('');

%设置边坡轮廓线段 Line 以及破坏曲线 curve 的线型
h_line=findobj(gca,'Type','Line');
h_curve=get(gca,'Children');      %用"Children"拿到 axes
                                   中所有的线。
set(h_curve,'LineWidth',3,'Color','black');
set(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');

else
      errordlg('土体安全,没有破坏曲线','安全系数大于 1!!
        ','modal');
          %当不存在破坏曲线时,给出提示并终止程序的执行。
end
```

8.4.4 安全系数的响应分析

系数响应分析主要是基于现有的公式，对公式中的系数做出限定范围，从而来研究基本函数对变系数的响应。由于 MATLAB 自身带有强大的图形绘制功能，所以利用其中的函数，可以方便直观地得到

想要的图像。

源程序如下：

```
function uipanel7_SelectionChangeFcn(hObject,eventda-
  ta,handles)

handles.h_in=get(handles.edit1,'String');
h=str2double(handles.h_in);
handles.b_in=get(handles.edit2,'String');
b=str2double(handles.b_in);
handles.c_in=get(handles.edit3,'String');
c=str2double(handles.c_in);
handles.r_in=get(handles.edit4,'String');
r=str2double(handles.r_in);
handles.phi_in=str2double(get(handles.edit5,'String'));
phi=handles.phi_in;
handles.k1=1-sin(phi*pi/180);
handles.k2=(tan(pi/4-(phi)*pi/180/2))^2;
guidata(hObject,handles);

switch get(hObject,'Tag')   %利用 switch-case 语句得到想
                              要分析的系数
    case 'radiobutton7'
        %安全系数对边坡高度的响应
        handles.H_in=5:0.5:50;
        guidata(hObject,handles);
        K1=handles.k1;
        K2=handles.k2;
        axes(handles.axes2);
        H=handles.H_in;
```

```
fs1=(4.*c+r.*H.*(1+K1.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi.*
    pi./180)).*(r.*H.*(1-K1.*((cos(b*pi/180)).^2)));
        plot(H,fs1);
        hold on;
        axes(handles.axes2);
        H=handles.H_in;

fs2=(4.*c+r.*H.*(1+K2.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi.*
    pi./180)).*(r.*H.*(1-K2.*((cos(b*pi/180)).^2)));
        plot(H,fs2,'r');
        hold off;
        grid on;
        %设置坐标轴 Axes
          set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
            FontSize',15);
        %设置线段 Line
          h_line=findobj(gca,'Type','line');
          set(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');
          set(h_line(1),'LineStyle',':');
        %设置横纵轴标注
     xlabel('边坡高度:m','FontName','Times New Roman','
       FontSize',15);
     ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
       'FontSize',15,'Rotation',90);
        %加 LEGEND 说明线段
          h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
            系数');
          set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');
```

```
case 'radiobutton8'
            %安全系数对边坡角度的响应
            handles.B_in=5:0.5:89;
            guidata(hObject,handles);
            K1=handles.k1;
            K2=handles.k2;
            axes(handles.axes2);
            B=handles.B_in;

fs1=(4.*c+r.*h.*(1+K1.*(cos(B*pi./180).^2)).*tan(phi.
    *pi./180))./(r.*h.*(1-K1.*(cos(B*pi./180).^2)));
            plot(B,fs1);
            hold on;
            axes(handles.axes2);
            B=handles.B_in;

fs2=(4.*c+r.*h.*(1+K2.*(cos(B*pi./180).^2)).*tan(phi.
    *pi./180))./(r.*h.*(1-K2.*(cos(B*pi./180).^2)));
            plot(B,fs2,'r');
            hold off;
            grid on;
            set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
              FontSize',15);
            h_line=findobj(gca,'Type','line');
            set(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');
            set(h_line(1),'LineStyle',':');
        xlabel('边坡角度\beta:^o','FontName','Times New
          Roman','FontSize',15);
        ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
```

```
'FontSize',15,'Rotation',90);
    h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
      系数');
    set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');

 case 'radiobutton9'
    %安全系数对黏聚力的响应
    handles.c_in=5:0.1:35;
    guidata(hObject,handles);
    K1=handles.k1;
    K2=handles.k2;
    axes(handles.axes2);
    c=handles.c_in;

fs1=(4.*c+r.*h.*(1+K1.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi.*
    pi./180))./(r.*h.*(1-K1.*((cos(b*pi/180)).^2)));
        plot(c,fs1);
        hold on;
        axes(handles.axes2);
        c=handles.c_in;

fs2=(4.*c+r.*h.*(1+K2.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi.*
    pi./180))./(r.*h.*(1-K2.*((cos(b*pi/180)).^2)));
        plot(c,fs2,'r');
        hold off;
        grid on;
        set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
          FontSize',15);
        h_line=findobj(gca,'Type','line');
```

```
            set(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');
            set(h_line(1),'LineStyle',':');
        xlabel('黏聚力:kPa','FontName','Times New Roman','
          FontSize',15);
        ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
          'FontSize',15,'Rotation',90);
            h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
              系数');
            set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');

         case 'radiobutton10'
            %安全系数对重度的响应
            handles.r_in=15:0.1:25;
            guidata(hObject,handles);
            K1=handles.k1;
            K2=handles.k2;
            axes(handles.axes2);
            r_user=handles.r_in;

    fs1=(4.*c+r_user.*h.*(1+K1.*((cos(b*pi/180)).^2)).*
        tan(phi.*pi./180))./(r_user.*h.*(1-K1.*((cos(b*
        pi/180)).^2)));
            plot(r_user,fs1);
            hold on;
            axes(handles.axes2);
            r_user=handles.r_in;

    fs2=(4.*c+r_user.*h.*(1+K2.*((cos(b*pi/180)).^2)).*
        tan(phi.*pi./180))./(r_user.*h.*(1-K2.*((cos(b*
```

```
pi/180)).^2)));
        plot(r_user,fs2,'r');
        hold off;
        grid on;
        set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
          FontSize',15);
        h_line=findobj(gca,'Type','line');
        et(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');
        set(h_line(1),'LineStyle',':');

    xlabel('土体重度:kN/m^3','FontName','Times New Ro-
      man','FontSize',15);
    ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
      'FontSize',15,'Rotation',90);
        h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
          系数');
        set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');

      case 'radiobutton11'
        %安全系数对内摩擦角的响应
        handles.phi_in=5:0.5:40;
        guidata(hObject,handles);
        K1=handles.k1;
        K2=handles.k2;
        axes(handles.axes2);
        phi_user=handles.phi_in;

fs1=(4.*c+r.*h.*(1+K1.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi_user.
    *pi./180))./(r.*h.*(1-K1.*((cos(b*pi/180)).^2)));
```

```
            plot(phi_user,fs1);
            hold on;
            axes(handles.axes2);
            phi_user=handles.phi_in;

fs2=(4.*c+r.*h.*(1+K2.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi_user.
    *pi./180))./(r.*h.*(1-K2.*((cos(b*pi/180)).^2)));
            plot(phi_user,fs2,'r');
            hold off;
            grid on;
            set(gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
              FontSize',15);
            h_line=findobj(gca,'Type','line');
            set(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');
            set(h_line(1),'LineStyle',':');

        xlabel('内摩擦角:^o','FontName','Times New Roman',
          'FontSize',15);
        ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
          'FontSize',15,'Rotation',90);
            h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
              系数');
            set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');

         case 'radiobutton12'
            %安全系数对应力状态系数的响应
            K1=handles.k1;
            K2=handles.k2;
            handles.k_in=K1:(K2-K1)/100:K2;
```

```
            guidata(hObject,handles);

            axes(handles.axes2);
            k_user=handles.k_in;

fs=(4.*c+r.*h.*(1+k_user.*((cos(b*pi/180)).^2)).*tan(phi.*
   pi./180))./(r.*h.*(1-k_user.*((cos(b*pi/180)).^2)));
            plot(k_user,fs);
            grid on
             et (gca,'LineWidth',2,'FontName','Arial','
                FontSize',15);
            _line=findobj(gca,'Type','line');
            et(h_line,'LineWidth',3,'Color','black');

      xlabel('应力状态系数','FontName','Times New Roman
        ','FontSize',15);
      ylabel('安全系数 F_s','FontName','Times New Roman',
        'FontSize',15,'Rotation',90);
            h_legend=legend('静止土压力系数','主动土压力
              系数');
            set(h_legend,'FontSize',15,'Location','best');
                  otherwise
end
```

注：程序设计由研究生苏文杰完成。

8.5 本章结论

基于前7章关于岩土边坡稳定分析所建立的数学力学模型、解析解得到的过程解析，应用MATLAB语言进行岩土边坡稳定分析的安

全系数计算程序设计。结合计算程序的编制和运行，给出了边坡由于应力变化的上下限和所对应的边坡稳定安全系数变化范围，它显示了实际边坡在边坡应力场变化的条件下，边坡稳定安全系数的动态变化。

应用岩土材料的莫尔-库仑极限平衡原理，经过程序设计计算得到均质边坡的极限曲线——滑动面或破坏面，公式（8-2）和图形显示它不是圆弧曲线，而是与坡面相交的类似渐开线，这在实际边坡出现极限状态或出现滑动面时是不一致的。真正的滑动曲线的构成是由极限平衡得到的曲线的下半段和下半段的切线与坡体轮廓线间的某曲线所构成。影响这一曲线特征的是坡体特征和岩土材料的重力响应，即由边坡的特征和重力作用，决定滑动曲线的上端段的具体特征。

基于岩土边坡稳定分析的应力状态方法的解析解，一方面进行应用程序设计为开发应用软件设计带来了极大的方便，另一方面也为岩土边坡的稳定分析，更为工程应用和深入研究岩土边坡工程奠定了坚实的理论基础。再者，也为岩土工程的边坡防护和滑坡治理的开辟了新的理论研究新方向。

参 考 文 献

[1] 王国体. 以土体应力状态计算边坡安全系数的方法. 中国工程科学，2006，8（12）：84—88.

[2] 王国体，王婉娣. 土坡稳定分析应力状态新方法的过程解析. 中国工程科学，2010，12（1）：52—60.

[3] 王轶昕，王国体，方诗圣. 边坡稳定和滑坡实例计算对比分析. 合肥工业大学学报（自然科学版），2011，34（5）：721—724.

[4] 阳栋，王国体，许靖华，等. 边坡应力重塑的模拟分析，合肥工业大学学报（自然科学版），2011，34（2）：273—277.

[5] 张学喜，王国体，张明. 基于加速遗传算法的投影寻踪评价模型在边坡稳定评价中的应用. 合肥工业大学学报（自然科学版）. 2008，31（3）：430—432.

[6] 王国体，吴吉祥，李刚，等. 客运专线路基动态施工控制及沉降预测. 中国工程科学，2010，13（3）：50—55.